

**INTERPOLASI SPASIAL *COKRIGING* MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM ANISOTROPIK *EXPONENTIAL*, *STABLE*
EXPONENTIAL DAN *GAUSSIAN* PADA KADAR NO₂ DAN SO₂
DI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

oleh:

ARY RACHMAD FAUZI

NIM.145090500111017



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

**INTERPOLASI SPASIAL *COKRIGING* MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM ANISOTROPIK *EXPONENTIAL*, *STABLE*
EXPONENTIAL DAN *GAUSSIAN* PADA KADAR NO₂ DAN SO₂
DI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika

oleh:

ARY RACHMAD FAUZI

NIM.145090500111017



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**INTERPOLASI SPASIAL *COKRIGING* MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM ANISOTROPIK *EXPONENTIAL*, *STABLE*
EXPONENTIAL DAN *GAUSSIAN* PADA KADAR NO₂ DAN SO₂
DI JAWA TIMUR**

oleh:
ARY RACHMAD FAUZI
145090500111017

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 17 Juli 2018
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

Mengetahui,
Dosen Pembimbing

Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si.
NIP. 197407221999032001

Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ary Rachmad Fauzi
NIM : 145090500111017
Program Studi : Statistika
Penulis Skripsi Berjudul :

**INTERPOLASI SPASIAL *COKRIGING* MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM ANISOTROPIK *EXPONENTIAL*, *STABLE*
EXPONENTIAL DAN *GAUSSIAN* PADA KADAR NO₂ DAN SO₂
DI JAWA TIMUR**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, Juli 2018
Yang menyatakan

Ary Rachmad Fauzi
NIM. 145090500111017

INTERPOLASI SPASIAL *COKRIGING* MENGGUNAKAN *SEMIVARIOGRAM* ANISOTROPIK *EXPONENTIAL*, *STABLE EXPONENTIAL* DAN *GAUSSIAN* PADA KADAR NO_2 DAN SO_2 DI JAWA TIMUR

ABSTRAK

Seiring kemajuan kabupaten/kota di Jawa Timur maka pencemaran udara juga akan meningkat. Salah satu indikator pencemaran udara adalah kadar NO_2 dalam udara. Kendala yang dihadapi Badan Lingkungan Hidup Jawa Timur untuk pengukuran kualitas udara adalah keterbatasan alat pengukur konsentrasi NO_2 . Interpolasi spasial merupakan metode yang dapat digunakan untuk mengatasi kendala tersebut karena dapat memprediksi titik yang tidak tersampel. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *cokriging*. Pada *cokriging* terdapat variabel utama dan variabel kovariat. Variabel utama penelitian ini adalah NO_2 sedangkan variabel kovariat adalah kadar SO_2 . Dalam *cokriging* juga diperlukan *semivariogram* untuk menunjukkan korelasi spasial data pengamatan. Karena udara bergerak berdasarkan arah angin maka digunakan *semivariogram* anisotropik. Model *semivariogram* anisotropik yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *semivariogram* anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian*. Tujuan penelitian ini adalah membandingkan ketiga model *semivariogram* dan membuat peta prediksi *cokriging* menggunakan *semivariogram* anisotropik terbaik untuk kadar NO_2 di Jawa Timur tahun 2017. Model *semivariogram* anisotropik terbaik yang didapatkan adalah model *stable exponential*. Hasil interpolasi *cokriging* menggunakan *semivariogram* anisotropik *stable exponential* adalah daerah dengan kadar NO_2 estimasi tinggi antara lain: Kab. Lamongan, Kab. Bangkalan, Kota Pasuruan, Kab. Pasuruan, Kota Malang, Kab Malang dan Kab. Jember.

Kata kunci : *Anisotropik, Cokriging, Interpolasi Spasial, Kadar NO_2 , Semivariogram*

COKRIGING SPATIAL INTERPOLATION USING ANISOTROPIC SEMIVARIOGRAM (EXPONENTIAL, STABLE EXPONENTIAL, AND GAUSSIAN) IN CONCENTRATIONS OF NO₂ AND SO₂ IN EAST JAVA

ABSTRACT

Along with the progress of the Regency in East Java, air pollution will also increase. One of indicators of air pollution is the levels of NO₂ in the air. The constraints faced by the Environmental Agency of East Java for measuring air quality is the limitations of the passive sampler tools. Spatial interpolation is a method that can be used to overcome these constraints because it can predict the point that is not sampled. One method of spatial interpolation that can be used to solve those problem is cokriging. In cokriging analysis there are primary variable and covariate variable. The primary variable of this research is NO₂ levels while covariate variable is SO₂ levels. Cokriging analysis also required a semivariogram to show spatial correlation of the observational data. Because the air moves based on wind direction, it can be used the anisotropy semivariogram. The anisotropy semivariogram model used in this study are exponential model, stable exponential model and Gaussian model. The purpose of this study was to compare the three models of the anisotropy semivariogram and to create the prediction map of cokriging using the best anisotropy semivariogram for the levels of NO₂ in East Java in 2017. The best semivariogram to interpolate NO₂ levels is the stable exponential model. Interpolation result of cokriging analysis using the stable exponential model is regions with very high NO₂ levels around Lamongan, Bangkalan, Pasuruan, Malang and Jember.

Keyword : Anisotropic, Cokriging, Semivariogram, Spatial Interpolation, NO₂ levels

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas berkat, rahmat, dan hidayahnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan baik. Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Suci Astutik, S.Si. M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan, masukan serta motivasi sehingga terselesaikannya skripsi ini.
2. Prof. Dr. Ir. Henny Pramoedyo, MS. selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan pengarahan dan masukan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
3. Dr. Ir. Atiek Iriany, MS. selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan pengarahan dan masukan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
4. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
5. Ayah, Ibu, Adik dan seluruh keluarga yang telah memberikan dukungan dan menjadi motivasi.
6. Keluarga HIMAMASTA 2017 (MASTA STAR), teman-teman Statistika angkatan 2014, GGS dan Ketua Lembaga MIPA 2017 yang selalu memberikan dukungan dan doa.
7. Semua pihak yang telah membantu penulisan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Dalam penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu kritik dan saran dari pembaca sangat diharapkan demi penyusun yang lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Malang, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI.....	ii
LEMBAR PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Data Spasial	5
2.2 Interpolasi Spasial.....	5
2.3 <i>Kriging</i>	6
2.4 Stasioneritas.....	6
2.5 Metode <i>Cokriging</i>	8
2.5.1 Nilai Prediksi Metode <i>Cokriging</i>	9
2.6 Variogram	13
2.7 <i>Semivariogram</i>	15
2.7.1 <i>Semivariogram</i> Eksperimental	16
2.7.2 <i>Semivariogram</i> Teoritis.....	17
2.8 Perbandingan <i>Semivariogram exponential, stable exponential</i> dan <i>Gaussian</i>	20
2.9 <i>Cross-Variogram</i>	21
2.10 <i>Semivariogram</i> Isotropik dan Anisotropik.....	22
2.11 <i>Cross Validation</i>	24
2.12 Interpolasi Spasial Metode <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram</i> Isotropik dan Anisotropik.....	26
2.13 Pencemaran udara.....	27
2.14 NO ₂ (Nitrogen Dioksida).....	29
2.14.1 Dampak NO ₂ Terhadap Kesehatan.....	29
2.14.2 Baku Mutu NO ₂	29
BAB III METODE PENELITIAN.....	31

3.1 Sumber Data	31
3.2 Rancangan Penelitian.....	31
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	35
4.1 Gambaran Umum Kadar NO ₂ di Jawa Timur	35
4.2 Stasioneritas	36
4.3 Pemodelan <i>Semivariogram</i>	38
4.4 Interpolasi Spasial <i>Cokriging</i>	42
4.5 <i>Cross Validation</i>	45
BAB V PENUTUP	47
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	47
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	53



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Baku Mutu Kualitas Udara Nasional untuk NO ₂	30
Tabel 4.1. Rata-Rata, Varians, Nilai Minimum, Nilai Maksimum Kadar NO ₂ di Jawa Timur Tahun 2017.....	36
Tabel 4.2. Nilai Parameter <i>Semivariogram</i> Anisotropik Kadar NO ₂	41
Tabel 4.3. Nilai Parameter <i>Semivariogram</i> Anisotropik Kadar SO ₂	41
Tabel 4.4. Nilai RMSE <i>Semivariogram Exponential, Stable Exponential</i> dan <i>Gaussian</i>	45



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Contoh Plot Stasioneritas Data Spasial.....	8
Gambar 2.2. (a) Kovariogram dan <i>Semivariogram</i> , (b) Korelogram.	15
Gambar 2.3. <i>Semivariogram</i> Teoritis	17
Gambar 2.4. Bentuk Model <i>Semivariogram Exponential</i> ($\alpha = 1$), <i>Stable Exponential</i> ($\alpha = 1.5, p = 1.75$) dan <i>Gaussian</i> ($\alpha = 2$).	19
Gambar 2.5. <i>Elips</i> dari <i>Directional Semivariogram</i>	23
Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Penelitian.....	33
Gambar 4.1. Peta Titik Lokasi Pemantauan Kualitas Udara di Jawa Timur Tahun 2017	35
Gambar 4.2. Plot 2 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2 Terhadap Absis (<i>Easting</i>).....	37
Gambar 4.3. Plot 2 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2 Terhadap Ordinat (<i>Northing</i>)	37
Gambar 4.4. Plot 3 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2	38
Gambar 4.5. <i>Semivariogram Cloud</i> Kadar NO_2	38
Gambar 4.6. <i>Semivariogram Cloud</i> Kadar SO_2	38
Gambar 4.7. <i>Semivariogram</i> Hasil Transformasi <i>Binning</i> Data Kadar NO_2 di Jawa Timur Tahun 2017.....	39
Gambar 4.8. <i>Semivariogram</i> Hasil Transformasi <i>Binning</i> Data Kadar SO_2 di Jawa Timur Tahun 2017	39
Gambar 4.9. <i>Cross Semivariogram Cloud</i> Kadar NO_2 dan SO_2	40
Gambar 4.10. <i>Cross Semivariogram</i> Hasil <i>Binning</i> Data Kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur Tahun 2017	40
Gambar 4.11. Peta Prediksi Hasil Interpolasi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Anisotropik Exponential</i> Kadar NO_2 Di Jawa Timur Tahun 2017	42
Gambar 4.12. Peta Prediksi Hasil Interpolasi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Anisotropik Stable Exponential</i> Kadar NO_2 Di Jawa Timur Tahun 2017.....	43
Gambar 4.13. Peta Prediksi Hasil Interpolasi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Anisotropik Gaussian</i> Kadar NO_2 Di Jawa Timur Tahun 2017.....	44

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Kadar NO_2 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) dan SO_2 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) di Jawa Timur Tahun 2017	53
Lampiran 2. Koordinat <i>Universal Transverse Mercator</i> (UTM) Titik Pengamatan	55
Lampiran 3. <i>Semivariogram</i> Anisotropik <i>Exponential</i>	57
Lampiran 4. <i>Semivariogram</i> Anisotropik <i>Stable Exponential</i>	59
Lampiran 5. <i>Semivariogram</i> Anisotropik <i>Gaussian</i>	61
Lampiran 6. Hasil Prediksi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Exponential</i>	63
Lampiran 7. Hasil Prediksi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Stable Exponential</i>	64
Lampiran 8. Hasil Prediksi <i>Cokriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Gaussian</i>	65
Lampiran 9. Hasil Uji <i>Bartlett</i>	66



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geostatistika merupakan ilmu yang memberikan deskripsi kuantitatif variabel yang berdistribusi pada lokasi atau lokasi dan waktu. Pada awal perkembangan geostatistika digunakan di bidang pertambangan. Seiring perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, geostatistika dapat diterapkan pada bidang lain seperti pada bidang ekologi, geologi, ilmu tanah, astronomi, dll. Permasalahan yang sering dihadapi geostatistika yaitu keterbatasan titik sampel pada suatu daerah karena kurangnya alat pengukur maupun terkendala oleh biaya. Untuk mengatasi masalah tersebut dapat digunakan suatu metode interpolasi spasial untuk memprediksi titik atau lokasi yang tidak tersampel. Salah satu metode interpolasi tersebut adalah metode *kriging*. Menurut Tatalovich (2005), metode *kriging* merupakan metode geostatistika yang menggunakan nilai titik/lokasi telah tersampel dan *semivariogram* untuk memprediksi nilai pada titik/lokasi yang belum tersampel. Beberapa jenis metode *kriging* antara lain: *simple kriging*, *ordinary kriging*, *block kriging*, *robust kriging*, *universal kriging* dan *cokriging*. Pada metode interpolasi spasial *simple kriging*, *ordinary kriging*, *block kriging*, *robust kriging* dan *universal kriging* hanya menggunakan variabel primer (variabel utama) untuk mengetahui hubungan spasial antar lokasi. Sedangkan untuk metode interpolasi spasial *cokriging* dapat digunakan pada data yang memiliki hubungan spasial antara variabel primer (variabel utama) dengan variabel sekunder (variabel kovariat). *Cokriging* dapat menghasilkan nilai estimasi dan nilai sisaan cukup kecil. Untuk menunjukkan korelasi spasial dalam pengamatan yang diukur pada *cokriging* diperlukan *semivariogram*. *Semivariogram* digunakan untuk mendapatkan pembobot optimal. Ada dua jenis *semivariogram*, yaitu isotropik dan anisotropik. *Semivariogram* isotropik merupakan *semivariogram* yang hanya dipengaruhi jarak. Sedangkan, *semivariogram* anisotropik merupakan *semivariogram* yang dipengaruhi oleh jarak dan arah. Model *semivariogram* yang sering digunakan pada *cokriging* adalah model *circular*, *gaussian*, *spherical*, *exponential*, *pentaspherical*, *rational quadratic* dan *stable exponential*.

Jawa Timur merupakan salah satu provinsi besar di Indonesia. Wilayah kabupaten maupun kota di Jawa Timur terus berkembang untuk menjadi wilayah maju. Seiring kemajuan wilayah kabupaten/kota pencemaran udara juga akan meningkat. Salah satu indikator pencemaran udara adalah kandungan NO_2 dalam udara. Industri pupuk, industri bahan polimer, kendaraan bermotor dan industri minyak merupakan sumber pencemar utama yang mengemisikan NO dan NO_2 ke atmosfer. Untuk mengetahui konsentrasi NO_2 di kabupaten/kota di Jawa Timur tersebut Badan Lingkungan Hidup (BLH) Provinsi Jawa Timur melakukan pengukuran di beberapa titik pengamatan. Salah satu kendala pengukuran kualitas udara oleh BLH adalah keterbatasan alat pengukur konsentrasi NO_2 . Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dapat menggunakan metode *cokriging*. Dalam metode *cokriging* terdapat variabel kovariat untuk memperkuat pendugaan kadar NO_2 sebagai variabel utama. Menurut Badan Pengelolaan Lingkungan Hidup Daerah (BPLHD) DKI Jakarta (2013) dalam Setiyowati (2015) konsentrasi NO_2 dihasilkan secara bersama-sama dengan konsentrasi SO_2 dari sumber bergerak maupun tidak bergerak, sumber bergerak yaitu sektor transportasi dan sumber tidak bergerak yaitu sektor industri. Berdasarkan hal tersebut secara teori dapat disimpulkan variabel sekunder untuk penelitian ini adalah kadar SO_2 karena kadar NO_2 dan SO_2 saling berhubungan.

Wackernagel (2003) melakukan penelitian berdasarkan data pengukuran ketinggian di 52 daerah. Penelitian tersebut tentang *semivariogram stable exponential* dan *semivariogram gaussian* menggunakan interpolasi spasial *ordinary kriging*. Penelitian tersebut menghasilkan bahwa *semivariogram stable exponential* lebih baik daripada *semivariogram gaussian*. Rachmawati (2009) meneliti pendugaan kadar NO_2 dengan metode *ordinary kriging* dan *cokriging* di kota Bogor. Penelitian tersebut menghasilkan *semivariogram gaussian* menjadi model terbaik untuk menduga kadar NO_2 di Kota Bogor. Selanjutnya Setiyowati (2015) meneliti tentang kadar SO_2 dan NO_2 menggunakan interpolasi spasial *cokriging* di DKI Jakarta. DKI Jakarta merupakan kota besar yang memiliki potensi pencemaran udara yang berasal dari kendaraan, industri dan perkantoran. Wilayah Jawa Timur juga terdapat beberapa kota besar yang memiliki karakteristik seperti DKI Jakarta, seperti: Kota Surabaya, Kabupaten Sidoarjo dan Gresik. Kabupaten/kota tersebut terus berkembang

seperti DKI Jakarta dengan berbagai sumber pencemaran udara yang berasal dari kendaraan bermotor, industri dan perkantoran. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa *semivariogram* yang paling banyak menjadi model terbaik untuk menduga kualitas udara di DKI Jakarta perbulan adalah *semivariogram exponential*. Kelemahan penelitian tersebut tidak mempertimbangan pengaruh mata angin, hanya menggunakan *semivariogram* isotropik (tanpa mempertimbangkan arah). Sementara pada penelitian ini akan menggunakan *semivariogram* anisotropik (mempertimbangkan arah), karena menurut Rahman dkk. (2004) dalam Wijayanti (2012) salah satu faktor yang mempengaruhi kadar NO_2 dalam udara adalah arah angin.

Berdasarkan kajian teori dan permasalahan, tujuan penelitian ini adalah untuk interpolasi spasial *cokriging* pada kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur tahun 2017 menggunakan *semivariogram* anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibahas pada penelitian ini adalah:

1. Model *semivariogram* anisotropik manakah yang paling baik antara model *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian* menggunakan metode *cokriging*?
2. Bagaimana hasil interpolasi kadar NO_2 di Jawa Timur menggunakan metode *cokriging* dengan *semivariogram* anisotropik terbaik?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah:

1. Memodelkan *semivariogram* anisotropik terbaik antara *semivariogram stable exponential* dan *semivariogram gaussian* menggunakan metode *cokriging*.
2. Menginterpolasi kadar NO_2 di Jawa Timur menggunakan metode *cokriging* dengan *semivariogram* anisotropik terbaik.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah diperoleh informasi tentang pemodelan *semivariogram* anisotropik terbaik antara *semivariogram exponential*, *stable exponential* dan *semivariogram*

gaussian dalam mengestimasi kadar NO_2 Jawa Timur menggunakan metode *cokriging*.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Variabel primer berupa data kadar NO_2 di wilayah Jawa Timur tahun 2017 dan variabel sekunder berupa kadar SO_2 di wilayah Jawa Timur.
2. *Semivariogram* mempertimbangkan arah angin (anisotropik).
3. Pengamatan kadar NO_2 dan kadar SO_2 diasumsikan pada ruang tertutup.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Spasial

Data spasial merupakan salah satu jenis data *dependent*, karena data dan lokasi yang dikumpulkan dari segala arah memiliki ketergantungan dan saling mempengaruhi. Ketergantungan menjadi lemah karena lokasi data yang semakin tersebar. Jadi data spasial merupakan data yang berhubungan dengan informasi lokasi. Data spasial dapat memiliki lokasi spasial berurutan (*regular*) maupun tak berurutan (*irregular*) dan dapat berbentuk diskrit maupun kontinu. Berikut beberapa bidang yang mengaplikasikan data spasial, diantaranya: geologi, ilmu tanah, proses olah citra satelit, epidermologi, ilmu pertanian, ekologi, kehutanan, astronomi dan keilmuan lainnya. Tipe data spasial menurut Cressie (1993) dapat dibagi menjadi tiga, yaitu: data geostatistik (*geostatistical data*), data area (*lattice area*), dan pola titik (*point pattern*). Puntodewo, Dewi dan Taringan (2003) menyajikan dua bagian penting yang membedakan data spasial dengan data lain:

1. Informasi lokal (spasial) merupakan informasi yang berhubungan dengan suatu koordinat baik koordinat geografi (lintang dan bujur) dan koordinat XYZ, termasuk di antaranya informasi proyeksi dan datum.
2. Informasi deskriptif (atribut) atau informasi non spasial merupakan suatu lokasi yang memiliki beberapa keterangan yang berkaitan dengannya, misalnya: populasi, jenis vegetasi dan sebagainya.

2.2 Interpolasi Spasial

Interpolasi merupakan metode yang memanfaatkan informasi data yang sudah diketahui sebelumnya untuk memperkirakan dan menghasilkan data lain yang berkaitan dan tidak diketahui sebelumnya. Anderson dan Woessner (1992) menyatakan interpolasi spasial mengasumsikan bahwa atribut data bersifat kontinyu di dalam ruang dan saling berhubungan secara spasial. Interpolasi spasial adalah metode yang memprediksi atau menduga nilai pada titik yang tidak diketahui ketersediaan data dan memiliki hubungan spasial dengan titik lain. Metode interpolasi yang berbeda dapat

repository.ub.ac.id

menghasilkan nilai prediksi yang berbeda pada lokasi yang sama (Tatalovich, 2005).

2.3 Kriging

Metode *Kriging* merupakan metode geostatistika yang bertujuan untuk melakukan prediksi nilai pada lokasi lain yang belum terukur dari nilai lokasi yang terukur (Oliver dan Webster, 2015). Pada tahun 1950, D.G. Krige seorang insinyur pertambangan yang berasal dari Afrika Selatan mengembangkan sebuah metode empirik yang memperkirakan distribusi biji tambang berdasarkan data dari beberapa lokasi sampel, selanjutnya G. Matheron tahun 1963 memberikan nama metode tersebut metode Kriging. Pada tahun yang sama G. Matheron di Prancis mengembangkan *kriging* pada bidang pertambangan, L.S. Gandi juga mengembangkan metode kriging pada bidang meteorologi di Uni Soviet (Cressie, 1993).

Kriging memberikan solusi untuk masalah mendasar yang dihadapi oleh ilmuwan untuk memprediksi nilai dari data sampel yang jarang berdasarkan model stokastik dari variasi spasial (Fischer dan Getis, 2010). Beberapa jenis metode *kriging* antara lain sebagai berikut: *simple kriging*, *ordinary kriging*, *block kriging*, *robust kriging*, *universal kriging* dan *cokriging*.

2.4 Stasioneritas

Stasioneritas merupakan suatu syarat data geostatistik dapat dianalisis menggunakan *kriging* maupun *cokriging*. Suatu data dikatakan stasioner apabila data tersebut tidak memiliki kecenderungan terhadap *trend* tertentu, atau dengan kata lain fluktuasi data berada di sekitar nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Terdapat 3 macam stasioneritas dalam geostatistika, yaitu (Cressie, 1993):

1. Stasioner Kuat (*Strict Stationarity*)

Suatu fungsi acak $\{Z(s_i), s \in R\}$ dikatakan *strictly stationary* dalam daerah pengamatan, jika fungsi distribusi kumulatif adalah sama (*invariant*) untuk sembarang nilai h , di mana h adalah suatu konstanta dan s_i adalah lokasi pengamatan. Dapat diartikan bahwa setiap penambahan h , distribusi $z_1(s_1), z_2(s_2), \dots, z_k(s_n)$ sama dengan

distribusi $z_1(s_{1+h}), z_2(s_{2+h}), \dots, z_k(s_{n+h})$, sehingga dapat dinyatakan dalam persamaan (2.1).

$$F_{s_1, s_2, \dots, s_k}(z_1, z_2, \dots, z_n) = F_{s_{1+h}, s_{2+h}, \dots, s_{n+h}}(z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (2.1)$$

2. Stasioner Orde Dua (*Second Order Stasionarity*)

Stasioner orde dua (*second order stasionarity*) juga dikenal sebagai *covariance stasionarity*. Jenis stasioneritas ini lebih lemah daripada *strict stationarity*. Suatu fungsi acak disebut stasioner orde dua jika memenuhi asumsi seperti pada persamaan (2.2) dan (2.3).

$$a) E[Z(s)] = \mu(s) = \mu \text{ atau } E[Z(s_i) - Z(s_j)] = 0, \forall s_i, s_j \quad (2.2)$$

Di mana μ adalah rata-rata dari suatu distribusi. Hal ini menunjukkan bahwa ekspektasi bernilai konstan untuk semua lokasi s . Sehingga diperoleh asumsi yang kedua.

$$b) E[(Z(s) - \mu)(Z(s+h) - \mu)] = \text{cov}(h) \quad (2.3)$$

Kovarians pada persamaan (2.3) untuk $Z(s), Z(s+h)$ hanya tergantung pada jarak h dan tidak bergantung pada lokasi s .

3. Stasioner Intrinsik (*Intrinsic Stasionarity*)

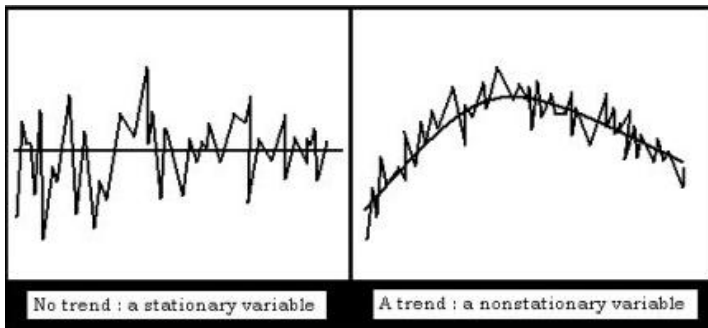
Suatu variabel acak dikatakan stasioner intrinsik apabila memenuhi persamaan (2.4) dan (2.5).

$$a) E[z(s+h) - z(s)] = \mu = 0 \quad (2.4)$$

$$b) \text{Var}[z(s+h) - z(s)] = 2\gamma(h) \quad (2.5)$$

Artinya adalah dikatakan stasioner intrinsik jika variabel acak tersebut mempunyai nilai tengah (μ) dan variansi setiap kenaikan $Z(s+h) - Z(s)$ tidak bergantung pada s . Menurut LeMay (1995), stasioneritas yang paling lemah adalah stasioner intrinsik.

Menurut Suprajitno (2005), suatu data spasial dikatakan stasioner apabila data tersebut tidak mengandung *trend*. Sedangkan suatu data spasial dikatakan nonstasioner apabila data spasial tersebut mengandung suatu *trend* yaitu di mana variabel pada data spasial membentuk suatu lengkungan. Kestasioneran data spasial dapat ditentukan menggunakan plot seperti pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Contoh Plot Stasioneritas Data Spasial

Plot stasioneritas dapat dibuat dengan memplotkan titik-titik pengamatan pada setiap lokasi sampel terhadap masing-masing sumbu X dan Y yang merupakan koordinat lokasi. Plot yang dihasilkan berbentuk plot 2 dimensi. Apabila data tersebut tidak stasioner maka perlu dilakukan transformasi data untuk menghilangkan *trend* yang ada.

2.5 Metode Cokriging

Cokriging merupakan metode interpolasi spasial yang menggunakan ketergantungan spasial antara variabel primer dan sekunder. Variabel primer adalah variabel utama yang digunakan untuk menginterpolasi sedangkan variabel sekunder adalah variabel kovariat. Variabel sekunder dapat digunakan untuk meningkatkan ketepatan estimasi. Variabel sekunder tersebut digunakan untuk mengestimasi variabel primer pada lokasi yang tidak tersampel. Menurut Rossiter (2007), dalam memilih variabel sekunder dalam *cokriging* harus memperhatikan dua hal berikut ini :

1. Variabel sekunder secara teori mempengaruhi atau berkorelasi dengan variabel primer.
2. Variabel sekunder secara empiris mempengaruhi variabel primer. Hal ini dapat dilihat melalui diagram pencar untuk menguji korelasi ruang atau spasial serta melalui kovarians spasial (*cross corelogram*).

Pokok masalah yang dihadapi *cokriging* adalah apakah informasi nilai variabel sekunder dapat digunakan untuk meningkatkan nilai prediksi dari variabel primer pada titik umum $s \in R$, di mana belum ada pada sampel. Untuk melakukan interpolasi *cokriging* tidak hanya perlu memodelkan *variogram*, tetapi perlu juga memodelkan *cross-variogram*

atau *variogram* yang digunakan untuk menggambarkan korelasi antara variabel primer dan sekunder. Terdapat asumsi pada metode *Cokriging* bahwa variabel primer dan variabel sekunder memiliki rata-rata konstan yaitu $\mu(s) = \mu$. Di mana $\{Z_1(s_i), s \in R\}$ adalah variabel primer, dan $\{Z_2(s_j), s \in R\}$ adalah variabel sekunder. Hubungan linier bagi $\hat{Z}(s_0)$ atau nilai prediksi pada daerah tak tersampel adalah pada persamaan (2.6) (Bailey dan Gatrell, 1995):

$$\hat{Z}_0(s_0) = \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j) \quad (2.6)$$

di mana:

$\hat{Z}_0(s_0)$: nilai estimasi dari Z_1

$Z_1(s_i)$: data variabel primer pada n lokasi

$Z_2(s_j)$: data variabel sekunder pada m lokasi

α_i dan β_j : nilai pembobot *cokriging*

2.5.1 Nilai Prediksi Metode *Cokriging*

Pada *Ordinary Cokriging* berdasarkan persamaan (2.6) untuk mengetahui nilai prediksi \hat{Z} dari Z pada lokasi yang tidak tersampel s_0 diperlukan tiga asumsi dasar yaitu:

- \hat{Z} linier pada Z_1, \dots, Z_n
- \hat{Z} tidak bias
- \hat{Z} meminimalkan rata-rata kuadrat galat dari prediksi

$$E \left(Z_0(s_0) - \hat{Z}_0(s_0) \right)^2$$

Dengan menerapkan kondisi ketidakhiasan pada persamaan (2.6), maka didapatkan penduga galat pada persamaan (2.7).

$$\begin{aligned} U &= \hat{Z}_0(s_0) - Z_0(s_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j) - Z_0(s_0) \\ &= \alpha_1 Z_1(s_1) + \alpha_2 Z_1(s_2) + \dots + \alpha_n Z_1(s_n) + \beta_1 Z_2(s_1) + \\ &\quad \beta_2 Z_2(s_2) + \dots + \beta_m Z_2(s_m) - Z_0(s_0) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dalam bentuk matriks dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$U = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_n \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_m \quad -1] \begin{bmatrix} Z_1(s_1) \\ Z_1(s_2) \\ \vdots \\ Z_1(s_n) \\ Z_2(s_1) \\ Z_2(s_2) \\ \vdots \\ Z(s_0) \end{bmatrix}$$

Bentuk matriks tersebut dapat dinotasikan pada persamaan (2.8).

$$U = \omega^t Z \quad (2.8)$$

di mana asumsi stasioner yang mendasari ketidakbiasan ini adalah

$$\begin{aligned} E\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j)\right) &= \mu \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu + \sum_{j=1}^m \beta_j \mu &= \mu \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^m \beta_j &= 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dengan menerapkan kondisi ketidakbiasan pada persamaan (2.1) didapatkan:

$$\begin{aligned} U &= \hat{Z}_1(s_0) - Z_1(s_0) = \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j) - Z_0(s_0) \\ E(U) &= 0 \\ E\left[\sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j) - Z_1(s_i)\right] &= 0 \\ E(Z_1(s_i))\left[\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1\right] + E\left(Z_2(s_j)\right) \sum_{j=1}^m \beta_j &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sehingga diperoleh persamaan (2.11).

$$\begin{aligned} E(Z_1(s_i))\left[\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1\right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i &= 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

dan

$$\begin{aligned} E\left(Z_2(s_j)\right) \sum_{j=1}^m \beta_j &= 0 \\ \sum_{j=1}^m \beta_j &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Persamaan untuk varians dari penduga galat dalam pembobotan *cokriging* dan *covariance* antara variabel-variabel acak dinyatakan pada persamaan (2.13).

$$\begin{aligned} Var(U) &= Var(\omega^t Z) \\ &= \omega^t Cov_Z \omega \\ &= E\left[(\omega^t Z - E(\omega^t Z))^2\right] \\ &= E\left[(\omega^t Z)^2 - 2(\omega^t Z)E(\omega^t Z) + (E(\omega^t Z))^2\right] \\ &= E[(\omega^t Z)(\omega^t Z) - 2(\omega^t Z)E(\omega^t Z) + E(\omega^t Z)E(\omega^t Z)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= [E[(\omega^t \mathbf{Z})(\omega^t \mathbf{Z})] - E[(\omega^t \mathbf{Z})E(\omega^t \mathbf{Z})]]^{tt} \\
 &= \omega^t [E(\mathbf{Z})(\mathbf{Z}) - E(\mathbf{Z})E(\mathbf{Z})]^t \omega \\
 &= \omega^t [\text{Cov}(\mathbf{Z}, \mathbf{Z})]^t \omega \\
 &= \omega^t \text{Cov}(\mathbf{Z}, \mathbf{Z}) \omega \\
 \text{Var}(U) &= \omega^t \mathbf{C}_Z \omega
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Pada persamaan (2.13), \mathbf{C}_Z adalah matriks kovarians dari \mathbf{Z} . Dari penyederhanaan persamaan (2.13) kemudian didapatkan varians dari estimasi galat dari pembobot *cokriging* dan kovarians antara variabel acak yang dinyatakan pada persamaan (2.14).

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(U) &= \omega^t \mathbf{C}_Z \omega \\
 \text{Var}(U) &= \text{Var}[\sum_{i=1}^n \alpha_i Z_1(s_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_2(s_j) - Z_0(s_0)] \\
 \text{Var}(U) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{1j}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_i \beta_j \text{Cov}(Z_{2i}, Z_{2j}) \\
 &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_i \beta_j \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{2j}) - 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{1,0}) \\
 &\quad - 2 \sum_{j=1}^m \beta_j \text{Cov}(Z_{2j}, Z_{2,0}) + \text{Cov}(Z_{1,0}, Z_{2,0})
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Untuk menghasilkan pembobot yang memenuhi syarat meminimalkan varians galat pada persamaan (2.14) dan memenuhi kondisi ketidakkbiasaan pada persamaan (2.11) dan (2.12) maka dilakukan dengan meminimalkan fungsi 2 konstrain dengan menggunakan metode pengganda *Lagrange*. Masing-masing kondisi tidak bias pada persamaan (2.11) dan (2.12) dikalikan dengan pengganda *Lagrange*, selanjutnya ditambahkan persamaan (2.14). Sehingga diperoleh persamaan (2.15).

$$\begin{aligned}
 L &= \omega^t \mathbf{Cov}_Z \omega + 2\mu_1 (\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1) + 2\mu_2 (\sum_{j=1}^m \beta_j) \\
 L &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{1j}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_i \beta_j \text{Cov}(Z_{2i}, Z_{2j}) \\
 &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_i \beta_j \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{2j}) - 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{1,0}) \\
 &\quad - 2 \sum_{j=1}^m \beta_j \text{Cov}(Z_{2j}, Z_{2,0}) + \text{Cov}(Z_{1,0}, Z_{2,0}) + 2\mu_1 (\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1) \\
 &\quad + 2\mu_2 (\sum_{j=1}^m \beta_j)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Untuk mendapatkan penyelesaian dari persamaan (2.15) diturunkan terhadap $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_n, \mu_1, \mu_2$ kemudian disamadengankan 0.

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\alpha}_0} = 0, \frac{\partial L}{\partial \bar{\beta}_0} = 0$$

di mana:

$$\bar{\alpha}_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_n, \mu_1)^T = \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ \mu_1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\beta}_0 = (\beta_1, \dots, \beta_m, \mu_2)^T = \begin{pmatrix} \bar{\beta} \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \text{ vektor kolom } (n+1) \times 1$$

Sehingga di saat meminimalkan rata-rata kuadrat galat dari prediksi dihasilkan dua *Lagrange Multiplier* yang dapat dirumuskan pada persamaan (2.16) dan (2.17).

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{1j}) + \sum_{j=1}^m \beta_j \text{Cov}(Z_{2i}, Z_{1j}) + \mu_1 = \text{Cov}(Z_{1,0}, Z_{1j})$$

$$(j = 1, \dots, n) \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Cov}(Z_{1i}, Z_{2j}) + \sum_{j=1}^m \beta_j \text{Cov}(Z_{2i}, Z_{2j}) + \mu_2 = \text{Cov}(Z_{2,0}, Z_{2j})$$

$$(j = 1, \dots, m) \quad (2.17)$$

Persamaan matriks dapat dibentuk dari matriks kovarians \mathbf{X} atau *semivariogram* $\gamma(\mathbf{h})$. Apabila menggunakan matriks *semivariogram*, maka $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ yang optimal dapat diperoleh melalui persamaan (2.18).

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} \quad (2.18)$$

di mana \mathbf{X} adalah matriks kovarians dari variabel primer dan sekunder antar lokasi pengamatan.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \text{Cov}_{11}(s_1, s_1) & \dots & \text{Cov}_{11}(s_n, s_1) & \text{Cov}_{21}(s_1, s_1) & \dots & \text{Cov}_{21}(s_1, s_1) & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}_{11}(s_1, s_n) & \dots & \text{Cov}_{11}(s_n, s_n) & \text{Cov}_{21}(s_1, s_1) & \dots & \text{Cov}_{21}(s_1, s_1) & 1 & 0 \\ \text{Cov}_{12}(s_1, s_1) & \dots & \text{Cov}_{12}(s_n, s_1) & \text{Cov}_{22}(s_1, s_1) & \dots & \text{Cov}_{22}(s_n, s_1) & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}_{12}(s_1, s_m) & \dots & \text{Cov}_{12}(s_n, s_m) & \text{Cov}_{22}(s_1, s_m) & \dots & \text{Cov}_{22}(s_n, s_m) & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan \mathbf{Y} adalah vektor dari kovarians antar pengamatan pada lokasi yang diduga s_0 .

$$Y = \begin{bmatrix} Cov_{11}(s_0, s_1) \\ \vdots \\ Cov_{11}(s_0, s_n) \\ Cov_{12}(s_0, s_2) \\ \vdots \\ Cov_{12}(s_0, s_m) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Z adalah vektor pembobot dari variabel primer dan sekunder dan dua pengganda *Lagrange*.

$$Z = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$$

Maka persamaan matriksnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cov_{11}(s_1, s_1) & \dots & Cov_{11}(s_n, s_1) & Cov_{21}(s_1, s_1) & \dots & Cov_{21}(s_n, s_1) & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_n & Cov_{11}(s_1, s_n) & \dots & Cov_{11}(s_n, s_n) & Cov_{21}(s_1, s_1) & \dots & Cov_{21}(s_n, s_1) & 1 \\ \beta_1 & Cov_{12}(s_1, s_1) & \dots & Cov_{12}(s_n, s_1) & Cov_{22}(s_1, s_1) & \dots & Cov_{22}(s_n, s_1) & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \beta_m & Cov_{12}(s_1, s_m) & \dots & Cov_{12}(s_n, s_m) & Cov_{22}(s_1, s_m) & \dots & Cov_{22}(s_n, s_m) & 0 \\ \mu_1 & 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mu_2 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Cov_{11}(s_0, s_1) \\ \vdots \\ Cov_{11}(s_0, s_n) \\ Cov_{12}(s_0, s_2) \\ \vdots \\ Cov_{12}(s_0, s_m) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.6 Variogram

Variogram menunjukkan perbedaan nilai pengukuran berpasangan dari titik-titik ketika jarak meningkat (Armstrong, 1998). Semakin jauh jarak titik-titik pengamatan semakin tidak saling tergantung. kovarians dari nilai antara dua titik sembarang s_i dan s_j ditentukan sebagai persamaan (2.19) (Bailey dan Gatrell, 1995):

$$\begin{aligned} Cov(s_i, s_j) &= E((Z(s_i) - \mu(s_i))(Z(s_j) - \mu(s_j))) \\ &= E(Z(s_i)Z(s_j)) - \mu(s_i)\mu(s_j) \end{aligned} \quad (2.19)$$

sedangkan kovarians pada titik yang sama menggunakan persamaan (2.20).

$$Cov(s_i, s_i) = \sigma^2(s_i) \quad (2.20)$$

dengan nilai korelasi pada persamaan (2.21).

$$\rho(s_i, s_j) = \frac{Cov((s_i, s_j))}{\sigma(s_i)\sigma(s_j)} \quad (2.21)$$

di mana:

- $\rho(s_i, s_j)$: korelasi nilai antara dua titik
 $Cov(s_i, s_j)$: kovarians nilai antara dua titik
 $Z(s_i)$: nilai pengamatan pada titik ke- i

Suatu proses dikatakan stasioner jika $\mu(s_i) = \mu$ dan $\sigma^2(s_i) = \sigma^2$, yang berarti nilai tengah dan varians tidak bergantung pada lokasi dan konstan di semua titik. Sebagai akibatnya adalah

$$Cov((s_i, s_j)) = Cov(s_i - s_j) = Cov(h)$$

$$\rho(s_i, s_j) = \rho(s_i - s_j) = \rho(h)$$

di mana h adalah vektor jarak antara titik i dan j . $Cov(h)$ disebut sebagai fungsi kovarians atau kovariogram. Sedangkan $\rho(h)$ disebut sebagai fungsi korelasi atau korelogram. Menurut Armstrong (1998) terdapat tiga hal mendasar yang perlu diketahui dari kovarians, yaitu:

$$C(0) = \sigma^2 \quad (2.22)$$

$$C(h) = C(-h) \quad (2.23)$$

$$|C(h)| \leq C(0) \quad (2.24)$$

Variogram didefinisikan pada persamaan (2.25).

$$2\gamma(h) = E[\{Z(s+h) - Z(s)\}^2] \quad (2.25)$$

Misalkan $V = [z(s_i + h) - z(s_i)]^2$ maka:

$$2\gamma(h) = E[V]$$

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} V$$

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(s_i + h) - z(s_i)]^2 \quad (2.26)$$

di mana:

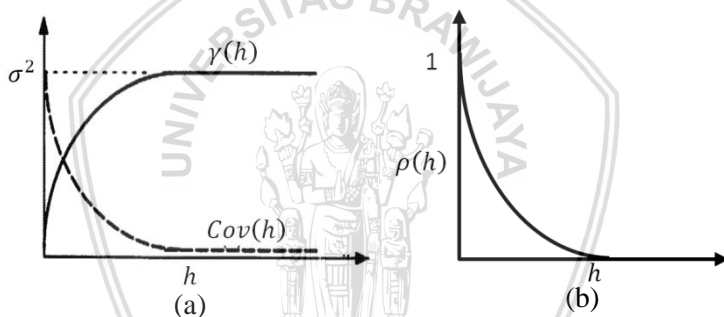
$\gamma(h)$: *Semivariogram*

$Z(s_i + h)$: Nilai pengamatan di titik $s_i + h$
 $Z(s_i)$: Nilai pengamatan di titik s_i
 $N(h)$: banyaknya pasangan titik yang mempunyai jarak h

Fungsi $2\gamma(h)$ disebut *variogram*, sedangkan fungsi $\gamma(h)$ disebut *semivariogram* yang merupakan setengah dari variogram. Berdasarkan definisi *variogram* didapatkan hubungan antara *sevariogram* dengan kovarians pada persamaan (2.27).

$$\begin{aligned}
 2\gamma(h) &= E[\{Z(s+h) - Z(s)\}^2] \\
 2\gamma(h) &= E[(Z(s+h) - \mu)^2 + (Z(s) - \mu)^2 - 2(Z(s+h) - \mu)(Z(s) - \mu)] \\
 2\gamma(h) &= 2Cov(0) - 2Cov(h) \\
 \gamma(h) &= Cov(0) - Cov(h)
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Perbedaan hubungan antara kovariogram, *semivariogram* dan korelogram terdapat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. (a) Kovariogram dan *Semivariogram*, (b) Korelogram.

Kovarians dan *semivariogram* memiliki hubungan yang terbalik. Jika kovarians dimulai dari maksimum σ^2 pada $h = 0$ menurun menuju 0, sedangkan *semivariogram* dimulai dari 0 dan mencapai maksimum σ^2 . Pada korelogram dapat dilihat apabila jarak bertambah mengakibatkan semakin lemahnya korelasi.

2.7 *Semivariogram*

Menurut Gaetan dan Guyon (2010), *semivariogram* merupakan salah satu fungsi yang menggambarkan, memodelkan dan menghitung autokorelasi spasial antar data dari suatu variabel dan berfungsi sebagai suatu ukuran varians. *Semivariogram* dibedakan menjadi dua, yaitu:

Semivariogram Eksperimental dan *Semivariogram* Teoritis. *Semivariogram* merupakan setengah *variogram* disimbolkan dengan γ .

2.7.1 *Semivariogram* Eksperimental

Semivariogram eksperimental merupakan *semivariogram* yang diperoleh dari hasil pengamatan kemudian diplot sebagai fungsi jarak. *Semivariogram* eksperimental juga disebut sebagai *semivariogram* empirik. Misal $Z(s_i)$ merupakan nilai hasil dari pengukuran pada lokasi ke i , dengan $s_i = (x_i, y_i)$ merupakan vektor yang mengandung koordinat spasial x (*longitude*) dan y (*latitude*). Rumus *semivariogram* empirik dinyatakan pada persamaan (2.28).

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2 \quad (2.28)$$

Untuk semua pasangan jarak yang mungkin (s_i, s_j) untuk $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ kemudian diplotkan sebagai fungsi jarak $h = s_i - s_j$ yang dinyatakan persamaan (2.29).

$$|h| = |s_i - s_j| = |(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2|^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

di mana:

s_i : lokasi ke- i

s_j : lokasi ke- j

x_i : longitude lokasi ke- i

x_j : longitude lokasi ke- j

y_i : latitude lokasi ke- i

y_j : latitude lokasi ke- j

Kesulitan dalam *semivariogram* empirik yaitu melihat pola apabila perhitungan melibatkan titik hingga ribuan. Kesulitan tersebut dapat ditangani dengan melakukan pengelompokan pada *semivariogram* berdasarkan kesamaan jarak dan arah atau disebut sebagai proses pengelompokan (*binning*). Proses *binning* bertujuan untuk memudahkan dalam interpretasi dengan menggunakan persamaan (2.30).

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2 \quad (2.30)$$

di mana:

$\gamma(h)$: *Semivariogram*

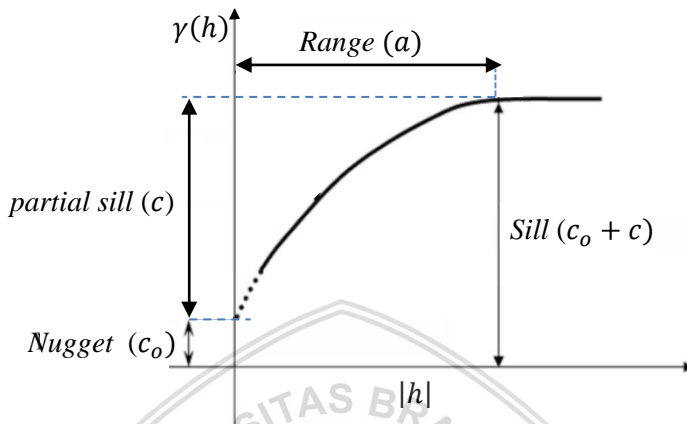
$Z(s_i + h)$: Nilai pengamatan di titik $s_i + h$

$Z(s_i)$: Nilai pengamatan di titik s_i

$N(h)$: banyaknya pasangan titik yang mempunyai jarak h

2.7.2 Semivariogram Teoritis

Terdapat 3 (tiga) komponen atau parameter dalam *semivariogram* pada Gambar 2.3, yaitu: *sill*, *range*, dan *nugget*.



Gambar 2.3. *Semivariogram* Teoritis

Model *semivariogram* teoritis dijelaskan menggunakan istilah berikut (Cressie, 1993):

1. *Nugget Effect* (c_0)

Nugget effect merupakan nilai keragaman pada jarak mendekati nol atau titik pangkal *semivariogram* yang mencerminkan kesalahan *sampling* dan kesalahan analisis. Rumus *nugget effect* dinyatakan pada persamaan (2.31).

$$c_0 = c_{MS} + c_{ME} \quad (2.31)$$

di mana:

c_0 : *Nugget effect*

c_{MS} : Ragam jarak kecil

c_{ME} : Kesalahan pengukuran

2. *Sill* ($c_0 + c$)

Sill adalah nilai tertinggi dari *semivariogram* sehingga cenderung mencapai nilai stabil. Oliver dan Webster (2015) mengungkapkan bahwa *sill* adalah masa stabil yang mendeskripsikan *semivariogram* menjadi suatu lokasi yang datar karena ragam tidak mengalami kenaikan. *Sill* terdiri dari

dua bagian, yaitu *nugget effect* (titik potong grafik dengan sumbu y , c_0) dan *partial sill* (*sill* yang didapat dari *sill* dikurangi *nugget effect*, C).

3. Range (a)

Range adalah jarak terjauh saat *semivariogram* mencapai *sill* yang menunjukkan tidak terdapat korelasi spasial.

Terdapat beberapa model *semivariogram* yang sering digunakan dalam pemodelan, namun pada penelitian ini akan menggunakan tiga *semivariogram* yaitu model *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian*.

1. Model Exponential

Pada model *exponential* terdapat peningkatan *semivariogram* yang sangat curam dan mencapai nilai *sill* secara asimtotik. Semua nilai c_0 , c dan a adalah positif. Untuk model ini, *range* merupakan nilai di mana *semivariogram* mencapai 95 persen dari *sill*. Model *exponential* didefinisikan dalam bentuk persamaan (2.32).

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right] & h \neq 0 \\ 0 & h = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

2. Model Stable Exponential

Semivariogram pada model ini terjadi peningkatan yang sangat curam dan mencapai nilai *sill* secara asimtotik bergantung pada nilai α yang terletak pada $1 < \alpha < 2$. Model *stable exponential* didefinisikan dalam bentuk persamaan (2.33) (Fischer dan Getis, 2010).

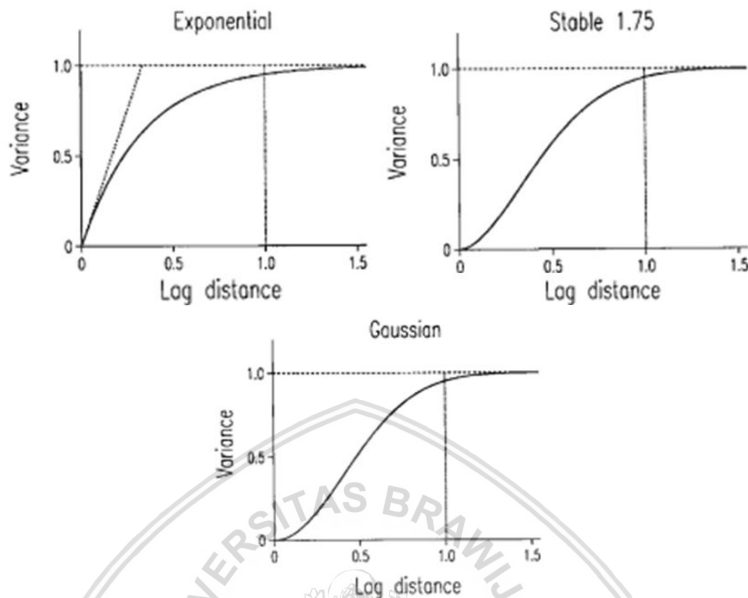
$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{(3h)^p}{a^p}\right) \right] & h \neq 0; 1 < p < 2 \\ 0 & h = 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

3. Model Gaussian

Model *gaussian* merupakan bentuk kuadrat dari eksponensial yang menghasilkan bentuk parabolik pada jarak yang dekat. Model ini menggambarkan fenomena variabel yang bersifat kontinu secara ekstrim (Amstrong, 1998). Model *gaussian* didefinisikan dalam bentuk persamaan (2.34) (Bohling, 2005).

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{(3h)^2}{a^2}\right) \right] & h \neq 0 \\ 0 & h = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Berikut merupakan bentuk model *semivariogram exponential*, *stable exponential* dan *Gaussian* yang ditunjukkan Gambar 2.4.



Sumber : Webster dan Oliver, 2007

Gambar 2.4. Bentuk Model *Semivariogram Exponential* ($\alpha = 1$), *Stable Exponential* ($\alpha = 1.5, p = 1.75$) dan *Gaussian* ($\alpha = 2$).

Menurut Cressie (1993) terdapat beberapa pendekatan untuk menaksir parameter model *semivariogram* teoritis dari *semivariogram* empirik antara lain *maximum likelihood*, *restricted maximum likelihood* (REML) dan metode kuadrat terkecil (*least square*). Metode kuadrat terkecil memiliki kelebihan dibandingkan metode lain karena memperhitungkan kesesuaian antara plot *semivariogram* dengan model terbentuk. Terdapat tiga jenis metode kuadrat terkecil antara lain *ordinary least square* (OLS), *generalized least square* (GLS) dan *weighted least square* (WLS). Dari ketiga metode tersebut metode WLS merupakan metode yang sering digunakan, karena memberikan perhatian lebih pada *lag* yang memiliki jumlah pasangan titik pengukuran yang lebih banyak, serta *semivariogram* teoritis yang kecil akan memiliki nilai pembobot yang lebih besar, atau dengan kata lain *lag* yang mendekati $h = 0$ akan memiliki nilai pembobot yang lebih besar karena mendekati titik asal. Penaksiran parameter *semivariogram* teoritis dengan metode WLS dilakukan dengan menentukan parameter a dan σ^2 sedemikian rupa sehingga meminimumkan persamaan (2.35).

$$\sum_{j=1}^K N(h(j)) \left\{ \frac{\hat{\gamma}(h(j))}{\gamma(h(j); \theta)} - 1 \right\}^2 \quad (2.35)$$

di mana:

$N(h(j))$: banyaknya pasangan titik pengukuran pada lag ke- j , $j=1,2,3,\dots,K$ dimana K adalah banyaknya lag.

$\hat{\gamma}(h(j))$: nilai *semivariogram* empirik pada lag ke- j

$\gamma(h(j); \theta)$: nilai *semivariogram* teoritis pada lag ke- j dengan parameter $\theta = \{a, \sigma^2\}$

2.8 Perbandingan *Semivariogram exponential*, *stable exponential* dan *Gaussian*

Semivariogram exponential, *stable exponential* dan *Gaussian* pada persamaan (2.32) sampai (2.34) dapat ditulis kembali sebagai berikut:

1. Model *Exponential*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right] & h \neq 0 \\ 0 & h = 0 \end{cases}$$

2. Model *Stable Exponential*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{(3h)^x}{a^x}\right) \right] & h \neq 0; 1 < x < 2 \\ 0 & h = 0 \end{cases}$$

3. Model *Gaussian*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[1 - \exp\left(-\frac{(3h)^2}{a^2}\right) \right] & h \neq 0 \\ 0 & h = 0 \end{cases}$$

Semivariogram Exponential mendekati *sill* secara asimtotik, sehingga tidak memiliki *range* yang terbatas. Pada *semivariogram exponential* terjadi peningkatan *semivariogram* sangat curam dibandingkan dengan *semivariogram stable exponential* maupun *Gaussian*. Tetapi dalam prakteknya akan lebih mudah untuk menetapkan rentang yang efektif, dan biasanya diambil sebagai jarak di mana γ sama dengan 95% dari *sill*. *Semivariogram Stable Exponential* dapat digunakan sebagai substitusi untuk model *semivariogram Gaussian* ketika *variogram* eksperimental tampak mendekati titik asal dengan kelengkungan terbalik. Menurut Webster,

kelemahan model *Gaussian* adalah mendekati titik asal dengan gradien nol dapat dilihat pada Gambar 2.4. Hal ini dapat menyebabkan persamaan kriging yang tidak stabil. Pada model *Gaussian* apabila lengkungan terbalik lebih kuat, maka $\left(-\frac{(3h)^2}{a^2}\right)$ dapat diganti dengan $\left(-\frac{(3h)^x}{a^x}\right)$ pada model *Stable Exponential*, di mana α terletak pada $1 < \alpha < 2$ dan parameter jaraknya adalah r dan mempunyai rentang efektif α' sebesar $3r$. Apabila $\alpha = 1$ maka akan membentuk *semivariogram exponential*. Akan tetapi jika α lebih besar dari 1 dan kurang dari 2, kurva akan semakin mendekati bentuk *semivariogram gaussian* dapat dilihat pada Gambar 2.4. Webster dan Oliver (2007) menggunakan *semivariogram stable exponential* untuk menggambarkan variasi topografi. Pada penelitian Wackernagel (2003), dengan penelitian menggunakan *ordinary kriging* mendapatkan hasil bahwa model *Gaussian* kurang tepat digunakan dalam praktik. Sedangkan model *stable exponential* dengan α kurang dari 2 akan menghasilkan model lebih baik.

2.9 Cross-Variogram

Pada *cokriging* digunakan dua variabel primer dan sekunder, oleh karena itu tidak cukup hanya menggunakan variogram yang mengukur ketergantungan spasial satu variabel. Untuk mengatasi ketergantungan spasial dua variabel tersebut diukur dengan menggunakan *cross-variogram*. *Cross-variogram* didefinisikan sebagai korelasi spasial antara dua variabel yaitu variabel primer dan variabel sekunder. Variabel primer didefinisikan sebagai $\{Z_1(s), s \in R\}$ dan $\{Z_2(s), s \in R\}$ adalah variabel sekunder. Jika kedua proses tersebut diasumsikan stasioner yaitu $E(Z_1(s)) = \mu_1$ dan $E(Z_2(s+h)) = \mu_2$, sehingga *cross-variogram* didefinisikan sebagai persamaan (2.36).

$$\begin{aligned} 2\gamma_{Z_1Z_2} &= 2\gamma_{12}(h) \\ &= E[(Z_1(s) - Z_1(s+h))(Z_2(s) - Z_2(s+h))] \end{aligned} \quad (2.36)$$

Sedangkan *cross- semivariogram* didefinisikan sebagai persamaan (2.37).

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2} E[(Z_1(s) - Z_1(s+h))(Z_2(s) - Z_2(s+h))] \quad (2.37)$$

Pendugaan nilai sampel dari *cross- semivariogram*, pada n pasang pengamatan (Z_1, Z_2) di lokasi sampel s dan $s + h$ dalam Rivoirard (2003) dinyatakan pada persamaan (2.38).

$$\hat{\gamma}_{12}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{N(h)} [(Z_1(s) - Z_1(s + h))(Z_2(s) - Z_2(s + h))] \quad (2.38)$$

Dan *cross-covariance* didefinisikan sebagai persamaan (2.39).

$$\begin{aligned} C_{Z_1 Z_2} &= C_{12}(h) = E[(Z_1(s) - \mu_1)(Z_2(s + h) - \mu_2)] \\ &= E[(Z_1(s)Z_2(s + h) - \mu_1\mu_2)] \end{aligned} \quad (2.39)$$

Di mana:

$Z_1(s), Z_1(s + h)$: Nilai pengukuran variabel primer pada lokasi sampel s dan $s + h$.

$Z_2(s), Z_2(s + h)$: Nilai pengukuran variabel sekunder pada lokasi sampel s dan $s + h$.

$N(h)$: Banyaknya pasangan data pada s dan $s + h$ yang mempunyai selisih jarak yang sama

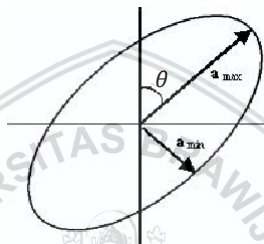
2.10 Semivariogram Isotropik dan Anisotropik

Menurut arahnya *semivariogram* juga dapat dibedakan menjadi dua yaitu *semivariogram* isotropik dan *semivariogram* anisotropik. *Semivariogram* isotropik merupakan *semivariogram* eksperimental yang hanya bergantung pada panjang dari vektor jarak h tidak bergantung pada arah. Sedangkan *semivariogram* anisotropik merupakan *semivariogram* eksperimental yang memperhitungkan arah dan vektor jarak h .

Semivariogram anisotropik dibagi menjadi dua macam yaitu anisotropik geometri dan anisotropik zonal. Anisotropik geometri terjadi jika *range* dari *semivariogram* berubah sesuai perubahan arah namun *sill* tetap. Sedangkan anisotropik zonal terjadi apabila *range* dan *sill* berubah karena arah vektor jarak h berubah. *Semivariogram* teoritis merupakan model isotropik. Apabila terdapat model anisotropik maka harus terlebih dulu melakukan transformasi bentuk *semivariogram* anisotropik menjadi isotropik. Akan tetapi model yang dapat ditransformasi hanya model geometri, sedangkan model zonal tidak dapat ditransformasi. Menurut

Zimmerman (1993) dalam LeMay (1995), anisotropik zonal sebaiknya diabaikan agar mudah untuk mendeskripsikan *range* anisotropik, *sill* anisotropik, dan *nugget* anisotropik. Pada penelitian ini hanya membahas tentang *semivariogram* anisotropik geometri.

Anisotropik geometri terjadi ketika korelasi spasial lebih besar pada satu arah tertentu daripada arah lain. Apabila diplot *range* dua dimensi akan membentuk *elips* dengan sumbu mayor (a_{max}) dan minor (a_{min}) yang merupakan *range* terpanjang dan terpendek dari *semivariogram* dari arah tertentu (*directional semivariogram*). Berikut plot *range* dua dimensi disajikan pada Gambar 2.5 (Budrikaite dan Ducinkas, 2005).



Gambar 2.5. *Elips dari Directional Semivariogram*

Model anisotropik geometri dapat ditransformasi menjadi isotropik dengan persamaan (2.40).

$$\gamma(|\mathbf{h}^*|) = \gamma(\|\mathbf{TRh}\|) \quad (2.40)$$

Apabila sumbu anisotropik dari *elips* menggunakan berbagai acuan arah diketahui, maka selanjutnya mencari jarak (h) dengan arah sesuai sumbu anisotropik. Vektor jarak \mathbf{h} mempunyai komponen h_x dan h_y yang ditulis dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

di mana,

$$h = |\mathbf{h}| = \sqrt{h_x^2 + h_y^2} \quad (2.42)$$

\mathbf{h} : Vektor jarak

h_x : Komponen h pada arah X

h_y : Komponen h pada arah Y

Dalam menentukan jarak yang melibatkan arah (\mathbf{h}') membutuhkan matriks rotasi sebagai berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

di mana θ adalah arah sumbu mayor *elips* dari sumbu Y (arah utara) sehingga \mathbf{h}' dinyatakan dengan persamaan (2.44).

$$\mathbf{h}' = \mathbf{R}\mathbf{h}$$

$$\mathbf{h}' = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{h}' = \begin{pmatrix} \cos(\theta) h_x + \sin(\theta) h_y \\ \cos(\theta) h_y - \sin(\theta) h_x \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{h}'| = \sqrt{(\cos(\theta) h_x + \sin(\theta) h_y)^2 + (\cos(\theta) h_y - \sin(\theta) h_x)^2} \quad (2.44)$$

Kemudian melakukan reduksi beberapa *semivariogram* dengan acuan arah tertentu menjadi *semivariogram* tunggal dengan menstandarisasi *range* yang direpresentasikan sebagai matriks berikut:

$$\mathbf{h}^* = \mathbf{T}\mathbf{h}'$$

$$\mathbf{h}^* = \begin{pmatrix} 1/a_{min} & 0 \\ 0 & 1/a_{max} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) h_x + \sin(\theta) h_y \\ \cos(\theta) h_y - \sin(\theta) h_x \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{h}^* = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\theta) h_x + \sin(\theta) h_y}{a_{min}} \\ \frac{\cos(\theta) h_y - \sin(\theta) h_x}{a_{max}} \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{h}^*| = \sqrt{\left(\frac{\cos(\theta) h_x + \sin(\theta) h_y}{a_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\cos(\theta) h_y - \sin(\theta) h_x}{a_{max}}\right)^2} \quad (2.45)$$

Perhitungan *semivariogram* empirik dapat dilakukan dengan menggunakan nilai $|\mathbf{h}^*|$ pada persamaan (2.45) dan dilanjutkan pemodelan *semivariogram* teoritis sehingga akan diperoleh model *semivariogram* tunggal yang dapat digunakan dalam perhitungan *cokriging*.

2.11 Cross Validation

Cross validation digunakan untuk menguji asumsi kesesuaian model seperti tipe variogram dan parameternya serta menguji data spasial yang digunakan, misalnya ada tidaknya outlier (Wackernagel, 2003). Menurut Cressie (1993), *cross validation* tidak membuktikan kebenaran dari model variogram yang digunakan, namun hanya membuktikan model variogram tersebut tidak terlalu salah. *Cross validation* merupakan metode evaluasi

model yang lebih baik dibandingkan dengan hanya menguji galat. Prinsip dasar *cross validation* adalah mengestimasi nilai data yang tidak diketahui $\hat{z}_{-i}(s_i)$ berdasarkan nilai data yang diketahui $z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_{i-1})$, di mana $i = 1, 2, 3, \dots, n$ nilai n adalah jumlah sampel dari data yang diketahui. Selanjutnya membandingkan nilai titik yang diketahui dengan hasil estimasi yang dihasilkan melalui metode cokriging. Terdapat tiga jenis *cross validation*, yaitu : *Holdout Method*, *K-Fold Cross validation*, dan *Leave-One-Out Cross validation* (LOOCV). Pada metode LOOCV, salah satu pasangan titik data untuk sementara dihapus dari kumpulan data pengamatan. Misalkan $(z_1(s_i), z_2(s_i))$ merupakan pasangan titik data pengamatan ke- N yang sementara dihapus. Kemudian dilakukan pengujian dengan metode *cokriging* pada $N - 1$ data pengamatan sisa. Selanjutnya membandingkan nilai estimasi $\hat{z}_{-i}(s_i)$ dengan $z(s_i)$ dari data pengamatan yang dihapus. Galat estimasi dari titik pengamatan yang dihilangkan dapat dihitung dengan persamaan (2.46).

$$e = z(s_i) - \hat{z}_{-i}(s_i), i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.46)$$

di mana:

$z(s_i)$: nilai aktual data pengamatan

$\hat{z}_{-i}(s_i)$: nilai estimasi dari data pengamatan yang dihapus

Galat estimasi yang dihasilkan dapat digunakan untuk membandingkan teknik interpolasi yang berbeda, dalam penelitian ini akan diperiksa perbedaan antara data aktual yang digunakan untuk pemodelan dan data estimasi dengan salah satunya dapat menggunakan *Root Mean Squared Error* (RMSE). Nilai RMSE dapat dihitung menggunakan persamaan (2.47) (Robinson dan Metternicht, 2006).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z(s_i) - \hat{z}_{-i}(s_i)\}^2} \quad (2.47)$$

Statistik ini disebut juga sebagai *Root Mean Square Deviation* (RMSD), biasanya digunakan untuk mengukur seberapa ketepatan estimasi. Nilai RMSE yang besar mengindikasikan ketidakakuratan estimasi yang dilakukan. Pada penelitian ini RMSE yang akan digunakan untuk menentukan model terbaik antara ketiga *semivariogram*. Setelah

menghitung RMSE terlebih dahulu dilakukan pengujian ragam untuk menyimpulkan dua atau lebih model memiliki ragam yang sama atau tidak. Apabila ragam sama maka ketiga model sama baiknya untuk digunakan. Namun menurut Webster dan Olivier (2007), metode *kriging* dikatakan memiliki akurasi pendugaan yang baik apabila memiliki nilai RMSE semakin kecil. Jadi model terbaik dapat ditentukan dari nilai RMSE paling kecil. Untuk melakukan uji terhadap kesamaan dua ragam dapat menggunakan uji F. Sedangkan untuk menguji lebih dari dua ragam dapat menggunakan uji *Bartlet*. Hipotesis yang digunakan dalam uji *Bartlet* adalah sebagai berikut:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2, \text{ lawan}$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \sigma_i^2 \text{ yang berbeda}$$

Dengan statistik uji *Bartlet* pada persamaan (2.48).

$$\chi_{\text{terkoreksi}}^2 = \frac{\chi^2}{FK} \sim \chi_{(k-1)}^2 \quad (2.48)$$

dengan:

$$\chi^2 = (\ln 10) \left(B - \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \log S_{gab}^2 \right) \quad (2.49)$$

$$B = \left(\sum_{j=1}^k (n_j - 1) \log S_{gab}^2 \right) \quad (2.50)$$

$$S_{gab}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) S_j^2}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)}, S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2}{(n_j - 1)} \quad (2.51)$$

$$FK = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^n (n_j - 1)} \right) \quad (2.52)$$

Apabila $\chi_{\text{terkoreksi}}^2 \geq \chi_{(k-1)}^2$, maka H_0 ditolak dengan taraf nyata α , sehingga dapat disimpulkan bahwa ragam tersebut berbeda atau heterogen (Steel dan Torrie, 1991). Apabila ragam sama maka model-model tersebut sama baiknya digunakan untuk interpolasi.

2.12 Interpolasi Spasial Metode *Cokriging* Menggunakan *Semivariogram* Isotropik dan Anisotropik

Interpolasi Spasial adalah metode yang memprediksi atau menduga nilai pada titik yang tidak diketahui ketersediaan data dan memiliki hubungan spasial dengan titik lain. Pada data yang memiliki hubungan spasial antara variabel primer dengan variabel sekunder dapat digunakan metode *cokriging*. Untuk melakukan interpolasi *cokriging* tidak hanya perlu memodelkan *variogram*, tetapi perlu juga memodelkan *cross-*

variogram atau *cross-semivariogram* yang digunakan untuk menggambarkan korelasi antara variabel primer dan sekunder.

Semivariogram merupakan salah satu fungsi yang menggambarkan, memodelkan dan menghitung autokorelasi spasial antar data dari suatu variabel dan berfungsi sebagai suatu ukuran varians. Ada dua macam *semivariogram* yaitu *semivariogram* isotropik dan anisotropik. Jika terdapat model anisotropik maka harus dilakukan transformasi bentuk *semivariogram* anisotropik menjadi *semivariogram* isotropik. Proses pengubahan anisotropik ke bentuk isotropik dapat dilakukan dengan menransformasikan koordinat titik sampel menjadi model isotropik ekuivalen sehingga didapatkan nilai $|\mathbf{h}^*|$ pada persamaan (2.45). Selanjutnya dilakukan perhitungan *semivariogram* dan dilanjutkan dengan pemodelan *cross- semivariogram* sehingga didapatkan suatu model *semivariogram* tunggal yang dapat digunakan dalam perhitungan. Persamaan(2.53) dan (2.54) merupakan *semivariogram* dan *cross-semivariogram* anisotropik.

$$\gamma(|\mathbf{h}^*|) = \frac{1}{2N(|\mathbf{h}^*|)} \sum_{i=1}^{N(|\mathbf{h}^*|)} [Z(s) - Z(s + |\mathbf{h}^*|)]^2 \quad (2.53)$$

$$\hat{\gamma}_{12}(|\mathbf{h}^*|) = \frac{1}{2N(|\mathbf{h}^*|)} \sum_{N(|\mathbf{h}^*|)} [(Z_1(s) - Z_1(s + |\mathbf{h}^*|))(Z_2(s) - Z_2(s + |\mathbf{h}^*|))] \quad (2.54)$$

Selanjutnya dilakukan *cross validation* untuk memilih model terbaik diantara *semivariogram* isotropik dan anisotropik. Pemilihan model terbaik menggunakan hasil *cross-validation*.

2.13 Pencemaran udara

Sumber pencemaran udara pada suatu wilayah berasal dari berbagai aspek. Salah satu sumber pencemaran utama dapat berasal dari kegiatan transportasi, industri dan pembangkit, aktifitas domestik seperti pembuangan sampah dan kebakaran hutan serta aktivitas pembakaran lain. Dalam PP No. 41 tahun 1999, pencemaran udara didefinisikan sebagai masuknya atau dimasukkannya zat, energi, dan/atau komponen lain ke dalam udara ambien oleh kegiatan manusia, sehingga mutu udara ambien turun sampai ke tingkat tertentu yang menyebabkan udara ambien tidak dapat memenuhi fungsinya. Udara ambien merupakan udara bebas di permukaan bumi pada lapisan troposfir yang dibutuhkan dan mempengaruhi kesehatan manusia. Pencemaran udara merupakan dampak yang diakibatkan oleh berbagai kegiatan dan bersifat lintas wilayah. Secara nasional, negara telah memberlakukan banyak kebijakan beserta program

kegiatan untuk mengatasi permasalahan kualitas udara, diantaranya melalui program pengembangan perangkat peraturan, penggunaan bahan bakar bersih, penggunaan bahan bakar alternatif, pengembangan manajemen transportasi, pemantauan emisi gas buang kendaraan bermotor, maupun pemberdayaan peran masyarakat melalui komunikasi massa. Dalam Astuti (2010), kebijakan dan peraturan terkait yang mengatur tentang pencemaran udara, antara lain :

1. Undang-Undang No. 32 tahun 2009 tentang Perlindungan dan Pengelolaan Lingkungan Hidup (PPLH).
2. Peraturan Pemerintah No. 41 tahun 1999 tentang Pengendalian Pencemaran Udara.
3. Kepmenlh No. 45 tahun 1997 tentang Indeks Standar Pencemar Udara.
4. Kepmenlh No. 35/MENLH/10/1993 tentang ambang batas emisi gas buang kendaraan bermotor.
5. Kepmenlh No. 13/Menlh/3/1995 tentang baku mutu emisi sumber tidak bergerak.
6. Kepmenlh No. 141/2003 tentang ambang batas emisi gas buang tipe baru dan kendaraan bermotor yang sedang diproduksi.
7. Peraturan Daerah No. 2 tahun 2005 tentang pengendalian pencemaran udara.
8. Peraturan Gubernur Kepala Daerah Tingkat I Jawa Timur nomor 10 tahun 2009 yang mengatur tentang baku mutu udara ambien dan emisi sumber tidak bergerak.

Udara merupakan komponen penting kehidupan dan harus dijaga serta ditingkatkan kualitasnya untuk menciptakan hidup sehat dengan udara yang bersih. Seiring perkembangan zaman, banyak terjadi pencemaran udara yang menyebabkan kualitas udara tersebut menurun. Beberapa jenis pencemar udara dilihat dari ciri fisik adalah sebagai berikut (Wijayanti, 2012):

- a) Partikel (debu, aerosol dan timah hitam)
- b) Gas (CO , NO_2 , SO_2 , H_2S , dan hidrokarbon)
- c) Energi (suhu dan kebisingan)

2.14 NO₂ (Nitrogen Dioksida)

Nitrogen dioksida (NO₂) merupakan salah satu gas yang terdapat di atmosfer dan sebagai salah satu bahan pencemar udara. NO₂ tidak secara langsung dilepaskan langsung ke udara. NO₂ terbentuk ketika nitrogen oksida (NO) dan lainnya (NO_x) bereaksi dengan bahan kimia lain di udara untuk membentuk nitrogen dioksida. Sumber utama NO₂ berasal dari aktivitas manusia seperti pembakaran bahan bakar fosil (batubara, gas dan minyak), terutama bensin digunakan oleh kendaraan bermotor, proses penyulingan bensin dan logam, industri pengolahan komersial, dan industri pengolahan makanan. Sumber alaminya yaitu gunung berapi dan bakteri (Ministry for the Environment New Zealand, 2016).

2.14.1 Dampak NO₂ Terhadap Kesehatan

Sifat racun gas NO₂ empat kali lebih kuat daripada gas NO. Gas NO akan menjadi lebih berbahaya apabila gas itu teroksidasi oleh oksigen sehingga menjadi gas NO₂ (Wardhana, 2004). Organ tubuh yang paling peka terhadap pencemaran gas NO₂ adalah paru-paru. Paru-paru yang terkontaminasi oleh gas NO₂ akan membengkak sehingga penderita sulit bernafas yang dapat mengakibatkan kematiannya. NO₂ konsentrasi tinggi dapat menurunkan fungsi paru-paru khususnya pada anak-anak dan penyebab iritasi lainnya. NO₂ juga meningkatkan resiko untuk gangguan kelahiran termasuk berat lahir rendah, prematuritas, gangguan pertumbuhan intra-uterus, cacat lahir dan kelahiran mati. NO₂ dapat mengiritasi hidung dan tenggorokan, terutama pada orang dengan asma dan meningkatkan kerentanan terhadap infeksi pernafasan.

2.14.2 Baku Mutu NO₂

Pada PP Nomor 41 tahun 1999 tentang Pengendalian Pencemaran Udara, pemerintah telah mengeluarkan Baku Mutu Udara Ambien Nasional. Baku mutu ini memiliki:

- 9 parameter yang berlaku untuk menilai kondisi udara ambien secara umum.
- 4 parameter lain yang hanya berlaku untuk menilai kondisi udara ambien di kawasan industri kimia dasar.

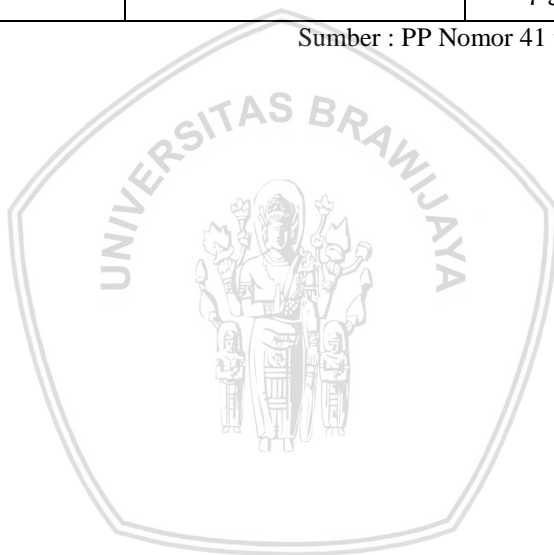
Tiap parameter disertai nilai maksimalnya. Nilai-nilai tersebut umumnya dinyatakan dalam satuan konsentrasi, yaitu berat senyawa

polutan dalam mikrogram (μg) per meter kubik udara dalam kondisi normal (umumnya pada suhu 25 derajat Celsius dan tekanan 1 atmosfer). Kualitas udara ambien dikatakan baik jika konsentrasi polutan-polutannya masih di bawah nilai baku mutunya. Baku mutu kualitas udara nasional dapat dilihat pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1. Baku Mutu Kualitas Udara Nasional untuk NO_2 .

Parameter	Waktu Pengukuran	Baku Mutu
NO_2 (Nitrogen Dioksida)	1 Jam	$400 \mu\text{g}/\text{Nm}^3$
	24 Jam	$150 \mu\text{g}/\text{Nm}^3$
	1 Tahun	$100 \mu\text{g}/\text{Nm}^3$

Sumber : PP Nomor 41 tahun 1999



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

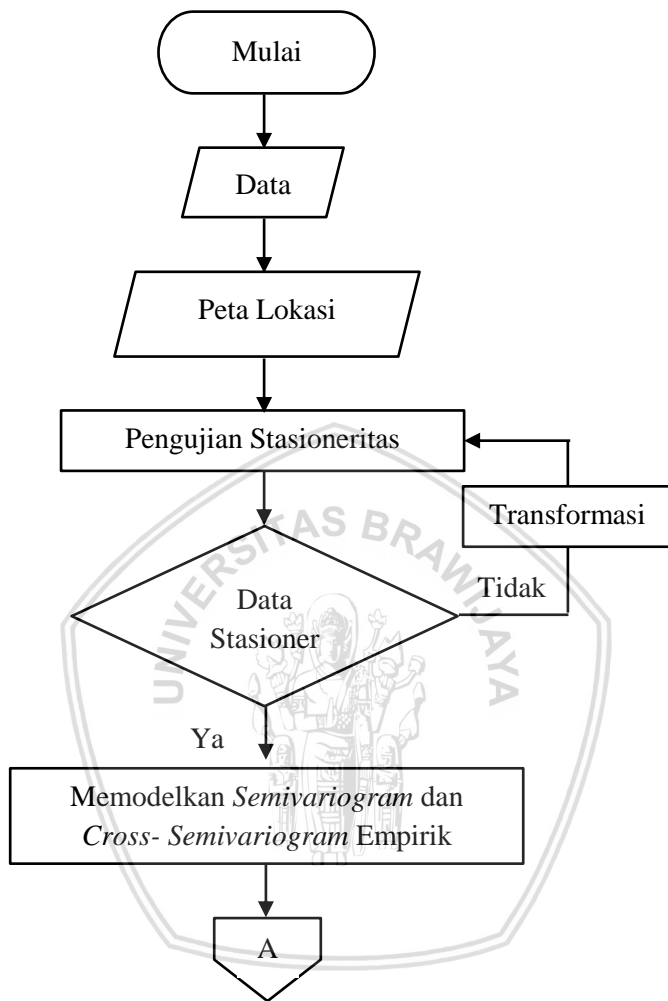
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Lingkungan Hidup Provinsi Jawa Timur tahun 2017 meliputi data kadar NO_2 dalam satuan $\mu\text{g}/\text{m}^3$ sebagai variabel primer dan kadar SO_2 sebagai variabel sekunder dalam satuan $\mu\text{g}/\text{m}^3$. Data pengamatan pada 152 titik lokasi pengamatan di Jawa Timur.

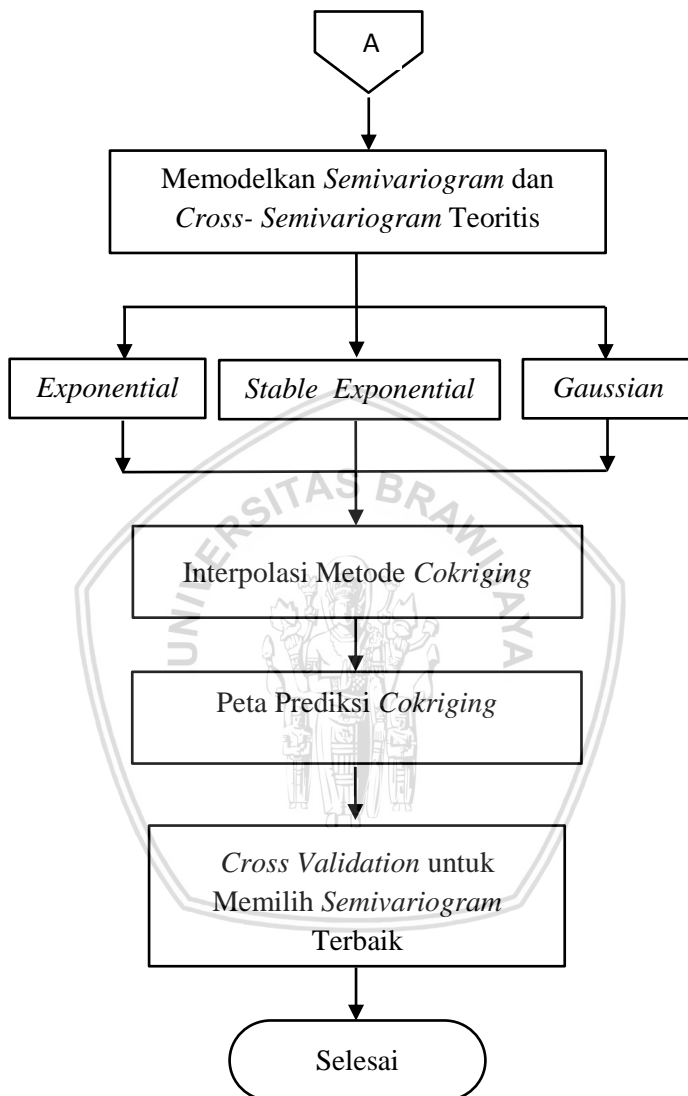
3.2 Rancangan Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian adalah metode interpolasi spasial *cokriging* menggunakan *semivariogram* anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *Gaussian*. Berikut tahapan analisis yang dilakukan:

1. Melakukan persiapan peta lokasi data spasial hasil digitasi.
2. Pengujian stasioner untuk melihat ada tidaknya *trend* pada data berdasarkan subbab 2.4.
3. Memodelkan *semivariogram* dan *cross-semivariogram* empirik berdasarkan persamaan (2.30) dan (2.37).
4. Memodelkan *semivariogram* teoritis anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian* berdasarkan persamaan (2.53) dan (2.54).
5. Membuat peta prediksi hasil pendugaan dengan metode interpolasi *cokriging* berdasarkan subbab 2.5.
6. Memilih salah satu model *semivariogram* anisotropik terbaik dengan berdasarkan subbab 2.11.

Tahapan interpolasi yang telah dijelaskan dapat digambarkan pada Gambar 3.1.





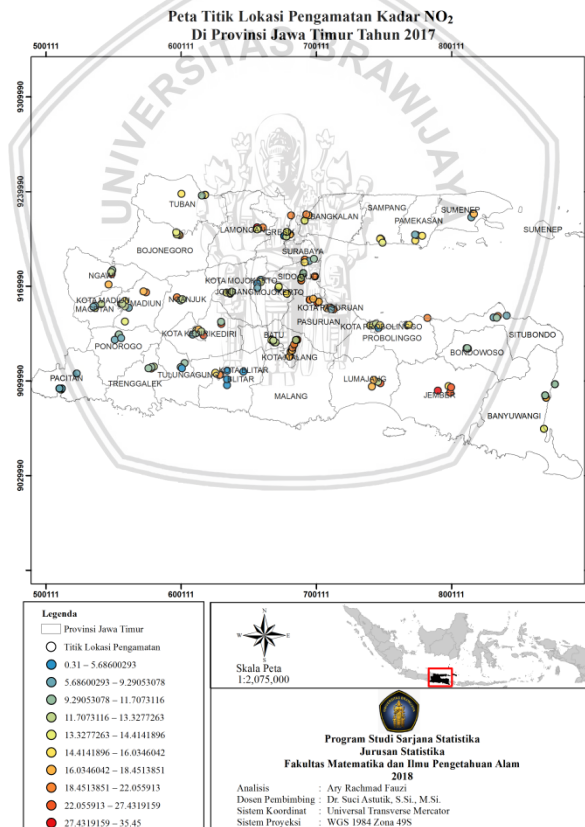
Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Penelitian



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Umum Kadar NO_2 di Jawa Timur

Pemantauan kualitas udara di Jawa Timur tahun 2017 dilakukan dengan menggunakan metode *passive sampler* dan *active sampler*. Pada penelitian ini data yang digunakan merupakan data sekunder dari pengukuran metode *passive sampler* oleh Dinas Lingkungan Hidup Jawa Timur. Variabel yang digunakan ada dua yaitu variabel primer berupa data kadar NO_2 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) dan variabel sekunder berupa kadar SO_2 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$). Pemantauan dilakukan pada 152 titik lokasi di Jawa Timur, data disajikan pada Lampiran 1. Gambar 4.1 merupakan peta titik lokasi pemantauan kualitas udara di Jawa Timur tahun 2017.



Gambar 4.1. Peta Titik Lokasi Pemantauan Kualitas Udara di Jawa Timur Tahun 2017

Gambar 4.1 menggunakan skala 1:2.200.000 berarti bahwa ukuran 1 cm pada peta menunjukkan ukuran asli sebesar 2.200.000 cm atau 22 km. Lingkaran menunjukkan letak titik lokasi pengamatan kadar NO_2 dengan nilai yang berbeda sesuai warna pada lingkaran. Kadar sangat rendah ditunjukkan dengan warna biru, sedang warna kuning, hingga kadar sangat tinggi warna merah. Data kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur mempunyai karakteristik berbeda-beda seperti rata-rata yang menyatakan ukuran pemusatan data dan varians yang menyatakan ukuran penyebaran data. Karakteristik kadar NO_2 dan SO_2 tersaji pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Rata-Rata, Varians, Nilai Minimum, Nilai Maksimum Kadar NO_2 di Jawa Timur Tahun 2017.

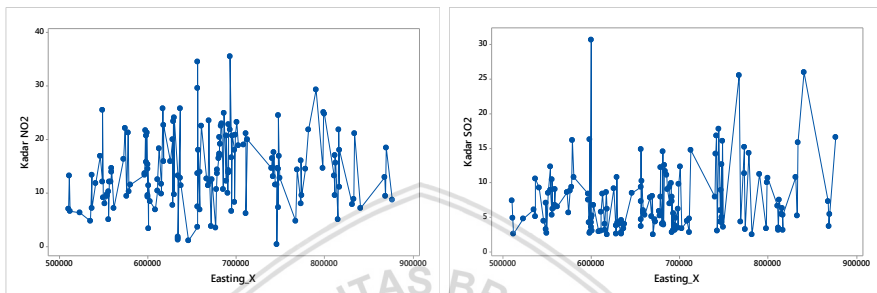
Variabel	Rata-rata	Varians	Nilai Minimum	Nilai Maksimum
$\text{NO}_2 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$	14,186	45,807	0,31	35,45
$\text{SO}_2 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$	7,356	22,372	2,47	30,698

Kadar NO_2 paling rendah sebesar $0,31 \mu\text{g}/\text{m}^3$ di titik pengamatan Jl. Taman Tirta II, Sumber Taman, Wonoasih, Kota Probolinggo dan kadar NO_2 paling tinggi sebesar $35,45 \mu\text{g}/\text{m}^3$ di titik pengamatan Jl. KH. Moh. Kholil, Kel. Demangan, Kab. Bangkalan. Sebagian besar kadar NO_2 di 152 titik pengamatan sebesar $14,186 \mu\text{g}/\text{m}^3$ dengan varians sebesar $45,807 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Sedangkan untuk Kadar SO_2 paling rendah sebesar $2,47 \mu\text{g}/\text{m}^3$ di titik pengamatan Paiton Resort Kec Paiton, Kab. Probolinggo dan kadar SO_2 paling tinggi sebesar $30,698 \mu\text{g}/\text{m}^3$ di titik pengamatan Kantor Pemerintah Daerah Kab Nganjuk. Sebagian besar kadar SO_2 di 152 titik pengamatan sebesar $7,356 \mu\text{g}/\text{m}^3$ dengan varians sebesar $22,372 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

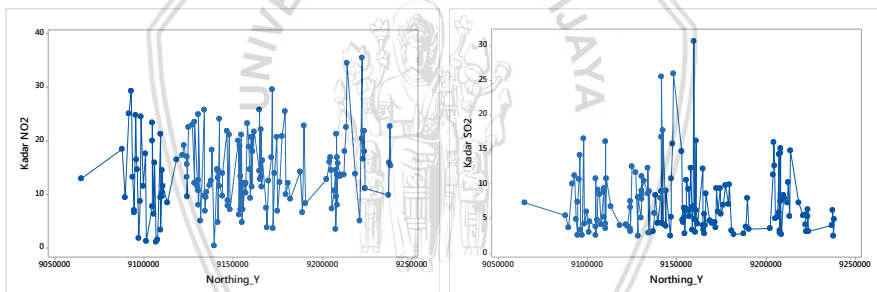
4.2 Stasioneritas

Pemeriksaan stasioneritas data dilakukan dengan cara membuat plot sebaran titik pengamatan kadar NO_2 dan SO_2 . Pada metode *cokriging* memerlukan data yang bersifat stasioner. Data dikatakan stasioner apabila tidak menunjukkan adanya kecenderungan (*trend*) tertentu. Dalam memeriksa asumsi stasioner dapat dilakukan dengan dua cara, pertama dengan membuat plot titik pengamatan untuk masing-masing kadar

terhadap titik absis dan titik ordinat dari koordinat lokasi secara terpisah membentuk plot 2 dimensi. Cara kedua adalah dengan membuat plot titik pengamatan untuk masing-masing konsentrasi terhadap titik absis dan titik ordinat dari koordinat lokasi secara bersama-sama membentuk plot 3 dimensi. Berikut plot 2 dimensi untuk kadar NO_2 dan SO_2 diperlihatkan pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3.

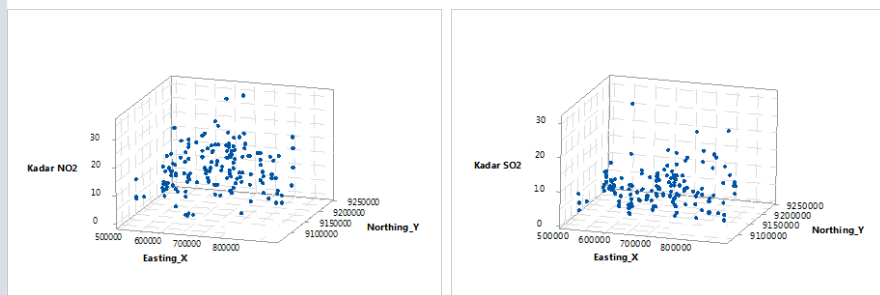


Gambar 4.2. Plot 2 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2 Terhadap Absis (*Easting*)



Gambar 4.3. Plot 2 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2 Terhadap Ordinat (*Northing*)

Berdasarkan Gambar 4.2 dan 4.3 dapat dilihat bahwa plot kadar NO_2 dan SO_2 terhadap absis (*Easting*) dan ordinat (*Northing*) menunjukkan tidak ada kecenderungan (*trend*) tertentu. Data kadar NO_2 dan SO_2 di semua lokasi yang berbeda berfluktuasi di sekitar rata-rata dan variansi yang konstan sehingga dapat dikatakan memenuhi syarat stasioner. Sedangkan Plot 3 dimensi diperlihatkan pada Gambar 4.4:

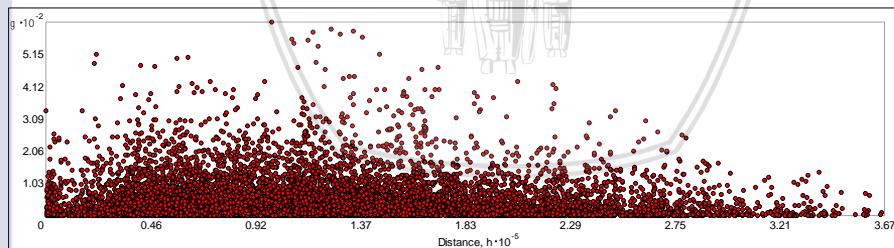


Gambar 4.4. Plot 3 Dimensi Kadar NO_2 dan SO_2

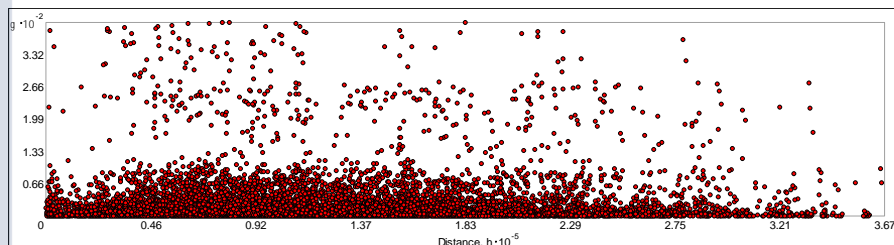
Plot 3 dimensi pada Gambar 4.4 menunjukkan bahwa pola data acak atau tidak membentuk suatu pola tertentu, sehingga dapat disimpulkan data memenuhi asumsi stasioner. Oleh karena itu data kadar NO_2 dan SO_2 dapat digunakan untuk metode interpolasi *cokriging*.

4.3 Pemodelan Semivariogram

Pemodelan *semivariogram* merupakan langkah awal dalam metode interpolasi data spasial. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menghitung *semivariogram* empirik dan membuat plot hasil perhitungan yang sering disebut *semivariogram cloud*. Berikut *semivariogram cloud* kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur tahun 2017 ditampilkan pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6.

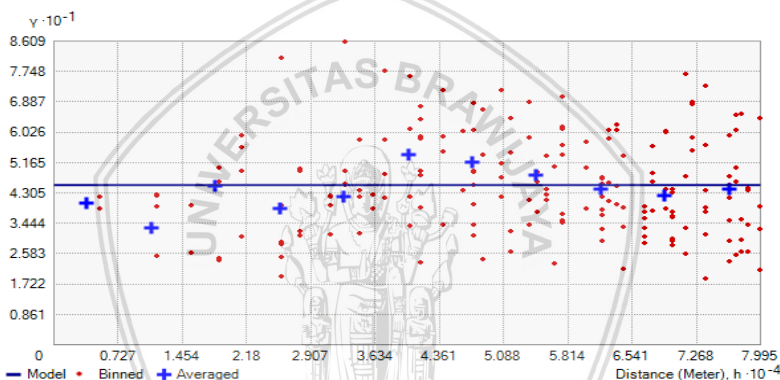


Gambar 4.5. *Semivariogram Cloud* Kadar NO_2 .

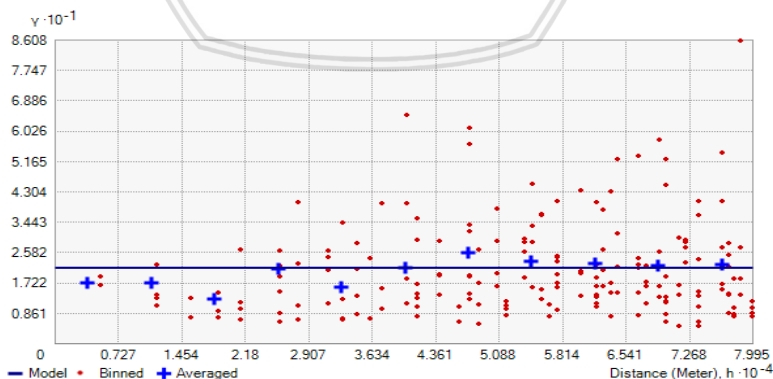


Gambar 4.6. *Semivariogram Cloud* Kadar SO_2 .

Semivariogram cloud sulit digunakan untuk melihat pola karena memiliki banyak titik amatan. Oleh karena itu dilakukan proses *binning* untuk mempermudah pemodelan *semivariogram*. Proses *binning* merupakan pengelompokkan berdasarkan jarak. Penelitian ini menggunakan kombinasi lag terbaik dengan lag sebesar 7267,9 meter dan banyak *lag* 11. Menurut Olea (2006) kombinasi *lag* terbaik akan menghasilkan interpolasi yang optimal, dengan ketentuan sebagai berikut: a) Jumlah minimal pasangan lokasi pada semivariogram harus 30 pasang (Journel dan Huijbregts, 1978) dan 50 pasang menurut (Chili dan Delfiner, 1999). b) *Lag* dari semivariogram eksperimental harus dibatasi hingga setengah jarak terjauh. Jarak terjauh pada penelitian ini sebesar 365333,338. Hasil *binning* *semivariogram* ditampilkan pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8.

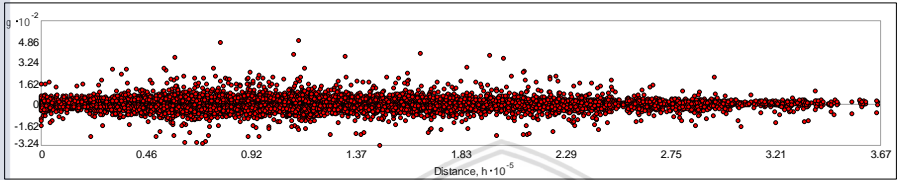


Gambar 4.7. *Semivariogram* Hasil Transformasi *Binning* Data Kadar NO_2 di Jawa Timur Tahun 2017



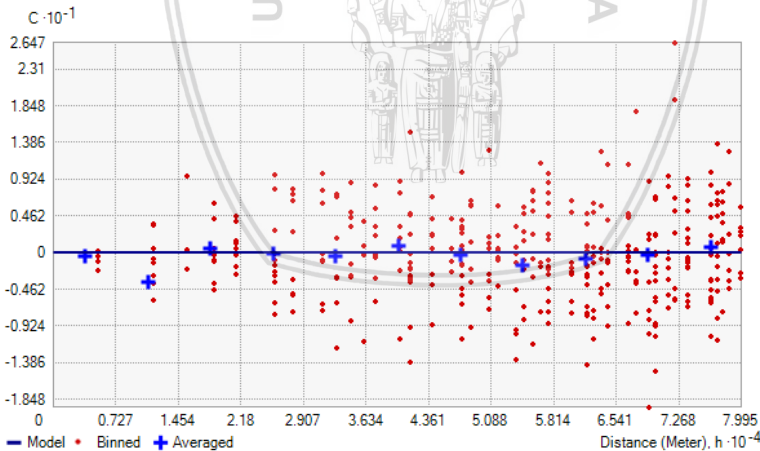
Gambar 4.8. *Semivariogram* Hasil Transformasi *Binning* Data Kadar SO_2 di Jawa Timur Tahun 2017

Interpolasi spasial menggunakan metode *cokriging* selain memodelkan *semivariogram* juga harus dilakukan pemodelan *cross semivariogram*. Berbeda dengan *semivariogram*, *cross variogram* dapat memiliki nilai parameter yang negatif. Hal ini terjadi ketika dua variabel ter regional berkorelasi terbalik atau memiliki koefisien korelasi negatif. Bentuk *cross semivariogram cloud* antara kadar NO_2 dan SO_2 ditampilkan pada Gambar 4.9.



Gambar 4.9. *Cross Semivariogram Cloud* Kadar NO_2 dan SO_2

Seperti *semivariogram*, pada *cross semivariogram* juga dilakukan proses *binning* untuk mempermudah pemodelan *cross semivariogram*. Kombinasi *lag* terbaik dengan *lag* sebesar 7267,9 meter dan banyak *lag* 11. Hasil *binning cross semivariogram* ditampilkan pada Gambar 4.10.



Gambar 4.10. *Cross Semivariogram* Hasil *Binning* Data Kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur Tahun 2017

Setelah dilakukan *binning*, maka dilanjutkan dengan melakukan proses pencocokan dengan model *semivariogram* teoritis. Model *semivariogram* teoritis yang digunakan yaitu *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian*. Pada pemodelan *semivariogram* teoritis juga

dilakukan pendeteksian adanya proses anisotropi pada masing-masing model. Penelitian ini menggunakan semivariogram anisotropi karena kadar NO_2 di udara bergerak dipengaruhi oleh arah angin. Pendeteksian dilakukan secara otomatis dan dapat diketahui dari sumbu mayor elips *range* semivariogram anisotropi. Langkah pemodelan dilampirkan pada Lampiran 2 sampai dengan Lampiran 4. Berikut merupakan nilai parameter model *semivariogram* anisotropik untuk kadar NO_2 pada Tabel 4.2 dan untuk kadar SO_2 pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2. Nilai Parameter *Semivariogram* Anisotropik Kadar NO_2

Type	c_o	c	$c_o + c$	a_{max}	a_{min}	θ	$(c_o/c_o + c) \%$
Exponential	36,86	9,42	46,28	79,9	26,8	24,08	0,80
Stable	38,82	7,76	46,59	79,9	32,4	26,37	0,83
Gaussian	39,21	7,41	46,63	79,9	32,4	27,07	0,84

Tabel 4.3. Nilai Parameter *Semivariogram* Anisotropik Kadar SO_2

Type	c_o	c	$c_o + c$	a_{max}	a_{min}	θ	$(c_o/c_o + c) \%$
Exponential	13,21	9,18	22,39	79,9	26,8	24,08	0,59
Stable	14,01	8,89	22,90	79,9	32,4	26,37	0,61
Gaussian	13,93	9,14	23,07	79,9	32,4	27,07	0,60

di mana:

c_o : *nugget*

c : *partial sill*

$c_o + c$: *sill*

a_{max} : *major range* (km)

a_{min} : *minor range* (km)

θ : arah sumbu mayor *elips* dari sumbu Y

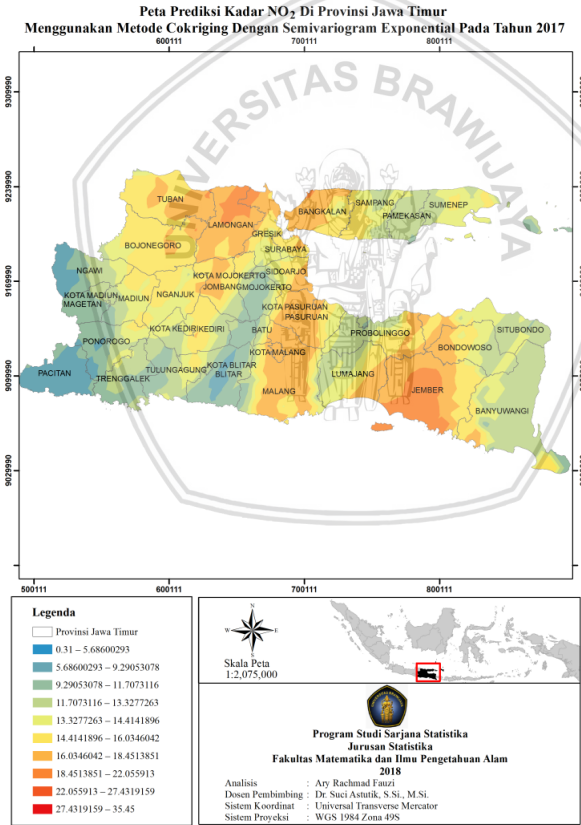
$(c_o/c_o + c) \%$: rasio *nugget-sill*

Berdasarkan Tabel 4.2 dan Tabel 4.3 dapat dibandingkan antara ketiga *semivariogram* pada kadar NO_2 maupun kadar SO_2 , *semivariogram exponential* mencapai nilai *sill* paling rendah dengan *range* terdekat 26,8 km dan *range* terjauh 79,9 km. Nilai rasio *nugget-sill* dapat digunakan untuk mengukur autokorelasi spasial. Menurut Cambardella *et al.* (1994), autokorelasi spasial pada rasio *nugget sill* terbagi menjadi tiga, yaitu $\leq 25\%$ tergolong kuat, 25-75% tergolong wajar atau sedang (*moderate*) dan $> 75\%$ tergolong lemah. Pada ketiga *semivariogram* anisotropik kadar NO_2

termasuk autokorelasi spasial lemah dan ketiga *semivariogram* anisotropik kadar SO₂ termasuk autokorelasi spasial sedang.

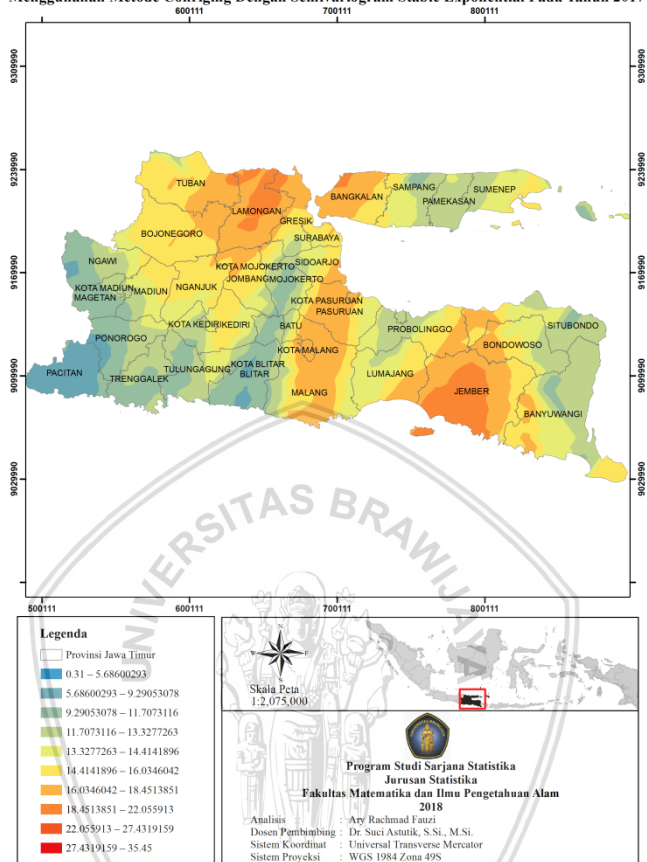
4.4 Interpolasi Spasial *Cokriging*

Setelah memodelkan *semivariogram* anisotropik, selanjutnya adalah menginterpolasi data menggunakan metode *cokriging*. Tabel nilai prediksi hasil interpolasi *cokriging* menggunakan *semivariogram* anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *gaussian* dapat dilihat pada Lampiran 2 sampai Lampiran 4. Hasil prediksi dikelompokkan dengan gradasi warna yang berbeda dari terendah warna biru, sedang warna kuning sampai tertinggi warna merah. Hasil prediksi ketiga *semivariogram* ditampilkan dalam peta prediksi yang dapat dilihat pada Gambar 4.11 sampai 4.13.

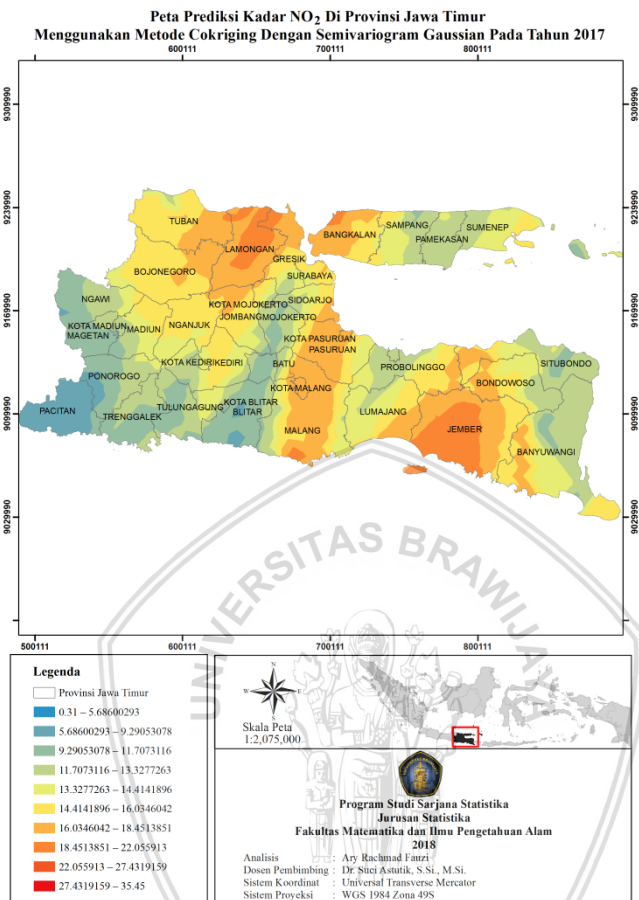


Gambar 4.11. Peta Prediksi Hasil Interpolasi *Cokriging* Menggunakan *Semivariogram* Anisotropik *Exponential* Kadar NO₂ Di Jawa Timur Tahun 2017

Peta Prediksi Kadar NO_2 Di Provinsi Jawa Timur
Menggunakan Metode Cokriging Dengan Semivariogram Stable Exponential Pada Tahun 2017



Gambar 4.12. Peta Prediksi Hasil Interpolasi *Cokriging* Menggunakan *Semivariogram Anisotropik Stable Exponential* Kadar NO_2 Di Jawa Timur Tahun 2017



Gambar 4.13. Peta Prediksi Hasil Interpolasi *Cokriging* Menggunakan *Semivariogram Anisotropik Gaussian* Kadar NO₂ Di Jawa Timur Tahun 2017.

Pada ketiga model *semivariogram* anisotropik *exponential*, *stable exponential* dan *Gaussian* yang ditunjukkan Gambar 4.10 sampai 4.1, titik lokasi dengan kadar interpolasi terendah diestimasi berwarna biru muda seperti pada legenda dengan kadar NO₂. Sedangkan untuk titik lokasi dengan kadar tertinggi diestimasi berwarna merah dengan kadar NO₂. Hasil estimasi kadar NO₂ dari *semivariogram gaussian* dengan kadar >13,32 µg/m³ lebih menyebar jika dibandingkan dengan estimasi *semivariogram exponential* dan *stable exponential*. Kabupaten/kota dengan titik estimasi tinggi dengan kadar NO₂ >16,0346 µg/m³ antara lain: Kab. Lamongan,

Kab. Bangkalan, Kota Pasuruan, Kab. Pasuruan, Kota Malang, Kab Malang dan Kab. Jember.

4.5 Cross Validation

Hasil prediksi interpolasi spasial *cokriging* menggunakan *semivariogram exponential*, *stable exponential* dan *Gaussian* disajikan dalam Lampiran 2 sampai Lampiran 4. Selanjutnya hasil prediksi digunakan untuk *cross validation*. Perhitungan *cross validation* menggunakan persamaan (2.46) akan menghasilkan galat estimasi. Kemudian galat estimasi digunakan untuk menghitung RMSE. Model *semivariogram* anisotropik terbaik dapat ditentukan dari nilai RMSE yang paling kecil diantara ketiga model. Pada Tabel 4.4 dapat dilihat hasil hitung RMSE dari ketiga model *semivariogram* anisotropik.

Tabel 4.4. Nilai RMSE *Semivariogram Exponential*, *Stable Exponential* dan *Gaussian*

Semivariogram	RMSE
<i>Exponential</i>	6,507324
<i>Stable Exponential</i>	6,474007
<i>Gaussian</i>	6,474631

Hasil hitung RMSE pada Tabel 4.4 menunjukkan bahwa ketiga model *semivariogram* anisotropik memiliki nilai RMSE yang tidak jauh berbeda. Oleh karena itu, sebelum menentukan model *semivariogram* terbaik dilakukan pengujian untuk membuat kesimpulan apakah ketiga model memiliki hasil yang sama atau berbeda menggunakan uji *Bartlett*. Hipotesis pengujiannya adalah sebagai berikut:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2, \text{ lawan}$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \sigma_i^2 \text{ yang berbeda}$$

Hasil hitung uji *Bartlett* ditampilkan pada Lampiran 8. Statistik uji $\chi^2_{\text{terkoreksi}}$ yang didapatkan sebesar 0,32 dengan titik kritis $\chi^2_{(2; 0,05)}$ sebesar 5,991. Nilai $\chi^2_{\text{terkoreksi}}$ kurang dari $\chi^2_{(2; 0,05)}$ maka dapat diputuskan bahwa terima H_0 . Sehingga ketiga model *semivariogram* anisotropik memiliki ragam yang tidak jauh berbeda atau relatif sama. Tetapi berdasarkan Tabel 4.2, model *semivariogram* anisotropik *stable exponential* merupakan model yang memiliki nilai RMSE relatif kecil dari

ketiga *semivariogram*. Maka model *semivariogram* anisotropik *stable exponential* merupakan model yang baik untuk menginterpolasi kadar NO_2 menggunakan metode *cokriging*.



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model *semivariogram* yang paling baik digunakan untuk interpolasi *cokriging* kadar NO_2 dan SO_2 di Jawa Timur tahun 2017 adalah *semivariogram stable exponential*.
2. Hasil interpolasi *cokriging* menggunakan model *semivariogram stable exponential* adalah daerah yang memiliki kadar NO_2 dengan estimasi tinggi antara lain: Kab. Lamongan, Kab. Bangkalan, Kota Pasuruan, Kab. Pasuruan, Kota Malang, Kab Malang dan Kab. Jember.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah pada penelitian selanjutnya dapat menggunakan *semivariogram* anisotropik *stable exponential* untuk melakukan interpolasi terhadap data Kadar NO_2 dan SO_2 .



DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, M.P. dan Woessner, W.W. 1992. *Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport*. Second Edition. Academic Press.
- Armstrong, M. 1998. *Basic Linier Geostatistics*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Astuti, S. K. 2010. Analisis Pembebanan Pencemaran Udara Akibat Emisi Kendaraan Bermotor Pada Parkir Basement (Studi Kasus : Mall X). Universitas Indonesia.
- Bailey, T. C. dan Gatrell, A. 1995. *Interactive Spatial Data Analysis*. Essex: Pearson Education Limited.
- Bohling, G. 2005. *Introduction to Geostatistics and Variogram Analysis*. Kansas Geological Survei. Kansas. <http://people.ku.edu/~ghobling/cpe940>. Diakses tanggal 29 November 2017.
- BPLHD Provinsi DKI Jakarta. 2013. Status Lingkungan Hidup Daerah Provinsi DKI Jakarta Tahun 2012. BPLHD Provinsi DKI Jakarta.
- Budrikaite, L. and K. Ducinskas. 2005. *Modeling of Geometric Anisotropic Spatial Variance*. www.techmat.vgtu.lt/~art/proc/file/BudrLi.pdf. Tanggal akses 1 Maret 2018.
- Cambardella, C. A., Moorman, T. B., Novak, J. M., Parkin, T. B., Turco, R. F. dan Konopka, A. E. (1994). Field-scale variability of soil properties in central Iowa soils. *Soil Science Society of American Journal*. Vol 58.
- Chile`s J. P. Delfiner P. 1999. *Geostatistics-Modeling Spatial Uncertainty*. New York: Wiley.
- Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics for Spatial Data. Computational Statistics & Data Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

- Fischer, M.M. dan Getis, A. 2010. *Handbook of Applied Spatial Analysis*. New York: Springer Heidelberg Dordrecht London.
- Gaetan, C., dan Guyon, X. 2010. *Spatial Statistics and Modeling. Media*. New York: Springer Heidelberg Durdrecht London.
- Journel A. G., Huijbregts C.J. 1978. *Mining Geostatistics*. London: Academic.
- LeMay, N.E. 1995. *Variogram Modeling and Estimation*. Thesis Master of Science Applied Mathematics. University of Colorado. Denver.
- Mendenhall, W. dan Terry, S. 2012. *A Second Course In Statistics. Regression Analysis*. Boston: Pearson Education, Inc.
- Ministry for the Environment New Zealand. 2016. *Nitrogen Dioxide*. (diakses pada 01 Desember 2017 pada www.mfe.govt.nz/air/specific-air-pollutants/nitrogen-dioxide).
- Olea, R. A. (2006). A six-step practical approach to semivariogram modeling. *Stoch Environ Res Risk Assess*, 20, 307-318.
- Oliver, M. dan Webster, R. 2015. *Basic Steps in Geostatistics: The Variogram and Kriging*. New York: Springer- Verlag Berlin Heidelberg.
- Peraturan Pemerintah No.41 tahun 1999 tentang Pengendalian Pencemaran Udara.
- Puntodewo, A., Dewi, S. dan Taringan, J. 2003. *Sistem Informasi Geografis untuk Pengelolaan Sumber Daya Alam*. Bogor: CIFOR.
- Rahman, A., Hartono, B., Adi, H. K., Hermawati, E. dan Setiakarnawijaya, Y. 2004. *Analisis Kualitas Lingkungan, Modul KML22420, ed 5*. Depok: Laboratorium Kesehatan Lingkungan.
- Rachmawati, D. 2009. Penggunaan Kadar NO₂ dengan Metode *Ordinary Kriging* dan *Cokriging*. Institut Pertanian Bogor.

- Rivoirard, J. 2003. Course On Multivariate Geostatistics Course On Multivariate Geostatistics. *Centre de Geostatistique, Ecole Des Mines de Paris*.
- Robinson, T.P. dan Metternicht, G. 2006. *Testing The Performance of Spatial Interpolation Techniques for Mapping Soil Properties. Computers and Electronics in Agriculture*. Vol. 50.
- Rossiter, D.G. 2007. "Technical Note: *Cokriging* with Gstat Package of The Environment for Statistical Computing". International Institute for Geoinformation Science and Earth Observation (ITC). Belanda.
- Setiyowati, D. 2015. *Cokriging* Pada Interpolasi Konsentrasi Sulfur Dioksida (SO₂) Dan Nitrogen Dioksida (NO₂) Di DKI Jakarta. Institut Teknologi Sepuluh November.
- Steel, R.G.D dan Torrie, J.H. 1991. *Prinsip dan Prosedur Statistika (Suatu Pendekatan Biomotrik)*. Edisi Kedua. Alih Bahasa: Bambang Sumantri. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- Suprajitno, M. 2005. *Pengantar Geostatistik*. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Tatalovich, Z. 2005. A Comparisson of Thiessen Polygon, Kriging and Spline Models of UV Exposure. Retrieved from www.ucgis.org/summer2005/studentpapers/tatalovich.pdf.
- Wackernagel, H. 2003. *Multivariate Geostatistics : An Introduction with Applications*. New York: Springer- Verlag Berlin Heidelberg.
- Wardhana, W. A. 2004. *Dampak Pencemaran Lingkungan*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.
- Webster, R. dan Oliver, M. 2007. *Geostatistics for Environmental Scientist*. New York: John Wiley & Sons, Ltd, Chichester.
- Wijayanti, D. N. 2012. Gambaran dan Analisis Risiko Nitrogen Dioksida (NO₂) Per Kota/Kabupaten dan Provinsi di Indonesia (Hasil

Pemantauan Kualitas Udara Ambien Dengan Metode Pasif di
Pusarpedal Tahun 2011). Universitas Indonesia.

Zimmerman, D. 1993. *Another Look At Anisotropy in Geostatistic.
Mathematical Geology.*

